



Institucion Educativa
JUAN PABLO I
La Llanada Nariño.

Matemáticas.

GRADO 8º

MODULO EDUCATIVO 3

Aulas sin fronteras

Aulas
sin fronteras

Los contenidos educativos de Aulas sin Fronteras buscan apoyar a los docentes mediante la producción de planes completos en secuencias didácticas acompañadas por video clips y recursos impresos para estudiantes.



ALCALDÍA MUNICIPAL
LA LLANADA
NIT: 800.149.894-0
Comprometidos con la comunidad

MUNICIPIO LA LLANADA



Colombia aprende
La red del conocimiento



El futuro
es de todos

Gobierno
de Colombia



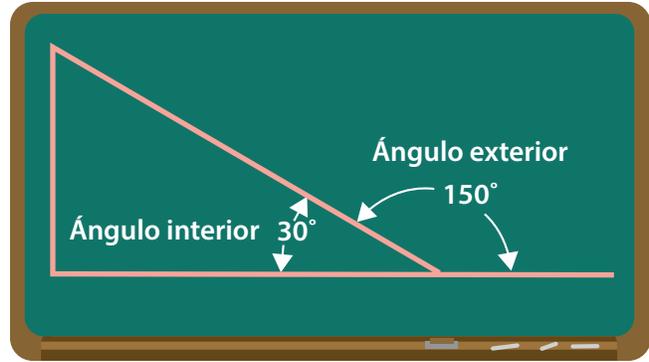
**Gobernación
de Nariño**
¡EN DEFENSA DE LO NUESTRO!

Actividad 74

1 Lea la siguiente propiedad de los ángulos de un triángulo.

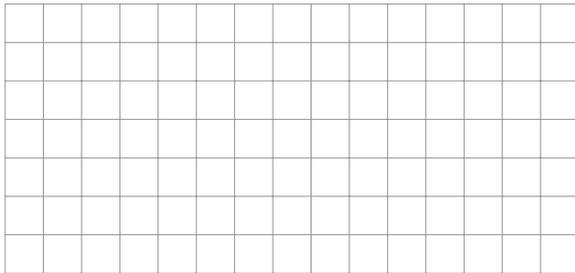
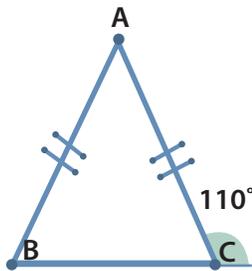


La suma del ángulo exterior y el ángulo interior de un triángulo es 180°

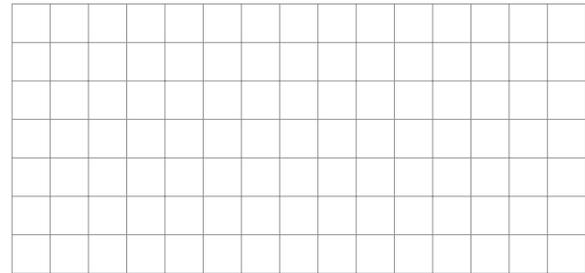
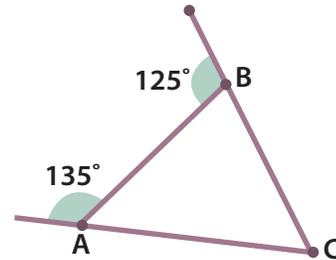


2 En cada caso, encuentre la medida de todos los ángulos del triángulo.

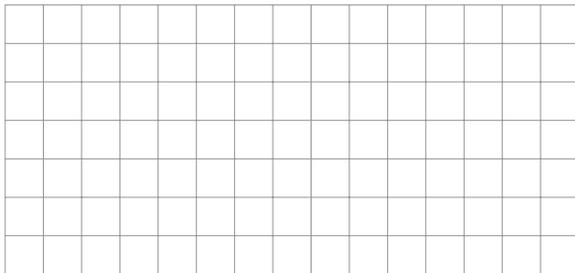
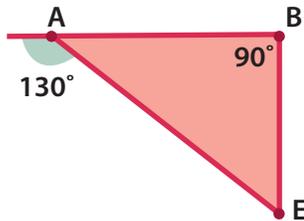
a)



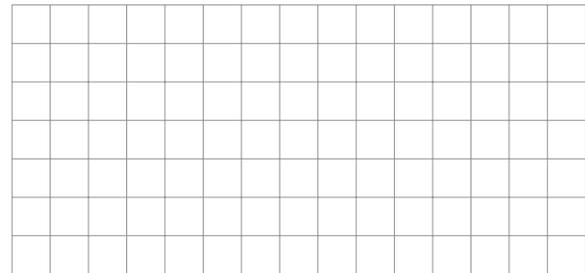
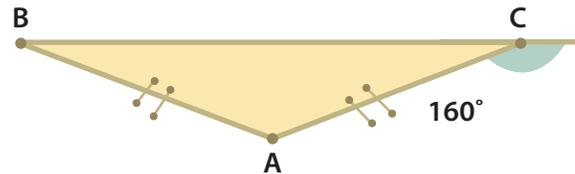
b)



c)



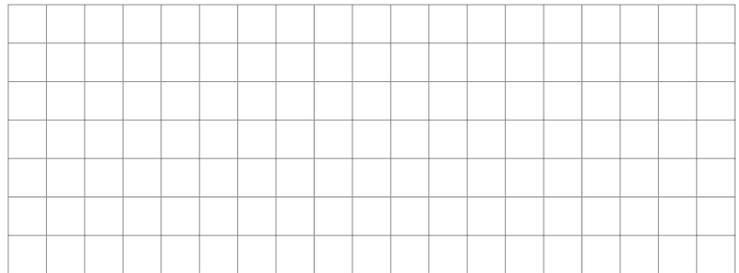
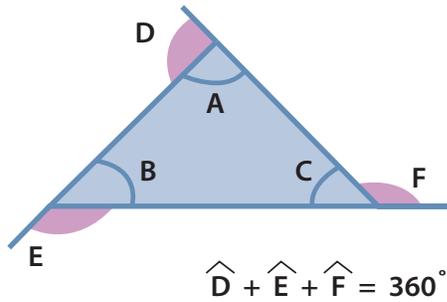
d)



Clase 22

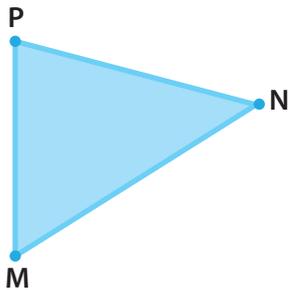
Actividad 75

1 Observe la imagen del triángulo y escriba la propiedad a la que se refiere.

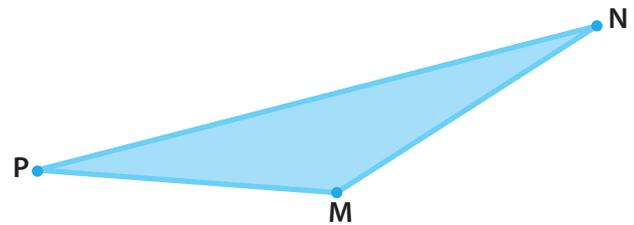


2 En cada triángulo marque con color rojo los ángulos internos y con color verde los ángulos externos.

a)

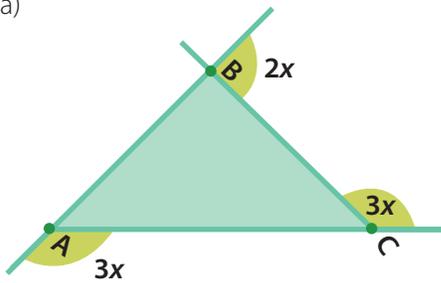


b)

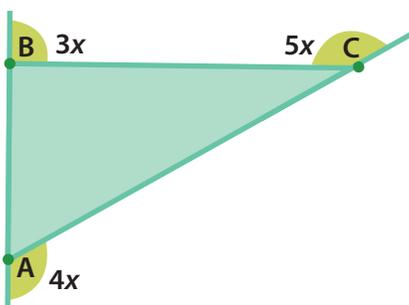


3 Encuentre el valor de x y determine la clasificación del triángulo dibujado.

a)

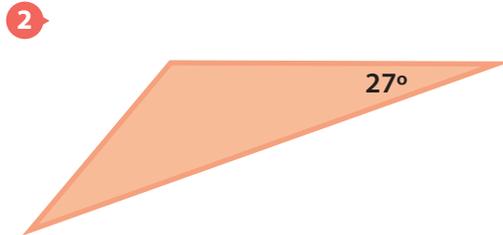
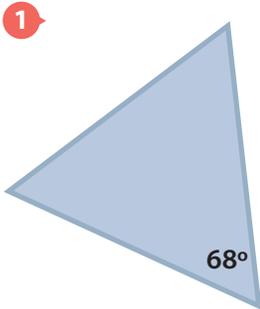


b)

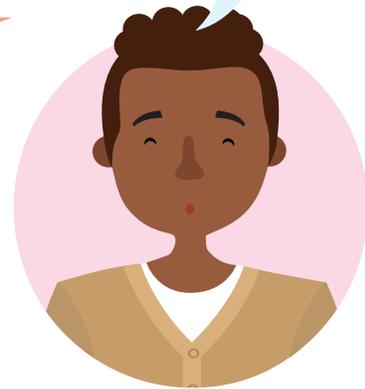


Actividad 76

Encuentre el complemento del ángulo señalado en cada triángulo.



Dos ángulos son complementarios si su suma es 90° .



Actividad 77

1 Lea la siguiente información:

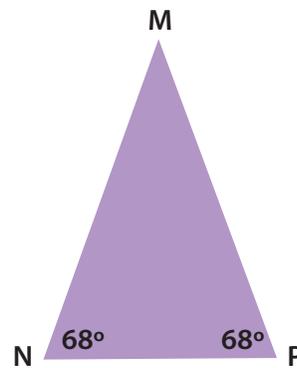
- Dos ángulos son **consecutivos** cuando el lado final de uno es el lado inicial del otro.
- Dos ángulos son **suplementarios** cuando su suma es 180° .

2 Trace los ángulos exteriores de cada triángulo y escriba su medida.

El ángulo interior y su respectivo ángulo exterior tienen la propiedad de ser suplementarios y consecutivos.



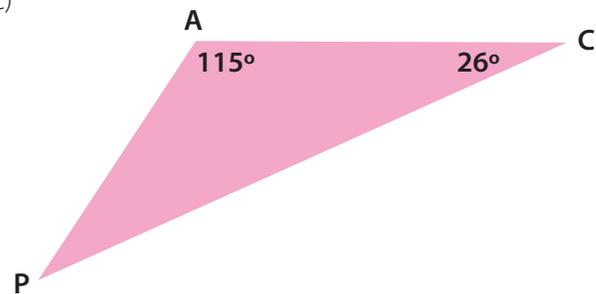
a)



b)



c)



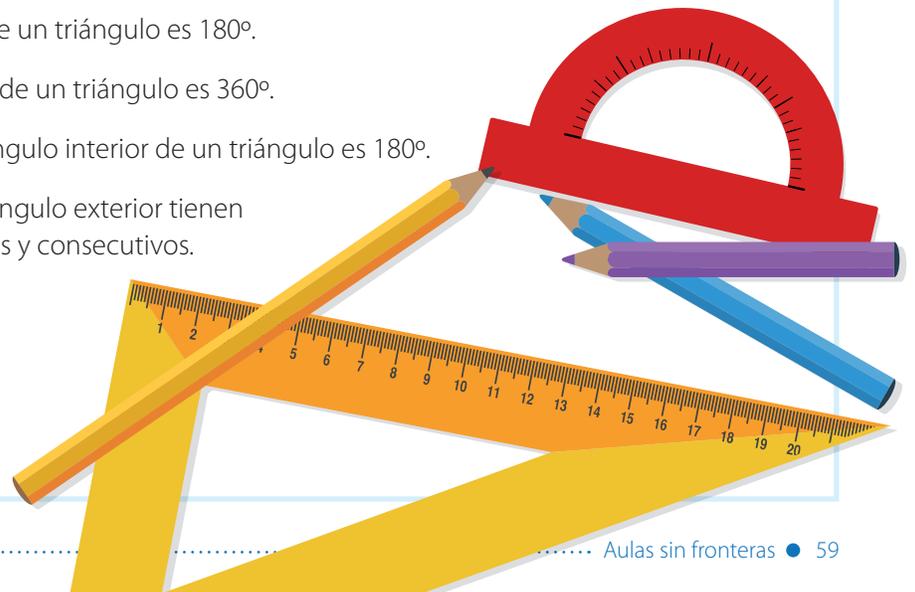
Resumen

Clasificación de triángulos

Según sus lados \ Según sus ángulos	Equilátero 3 lados congruentes 3 ángulos congruentes	Isósceles 2 lados congruentes 2 ángulos congruentes	Escaleno 3 lados no congruentes 3 ángulos no congruentes
Acutángulo 3 ángulos agudos			
Rectángulo 1 ángulo recto 2 ángulos agudos	No existe		
Obtusángulo 1 ángulo obtuso 2 ángulos agudos	No existe		

Información importante sobre triángulos

- La suma de los ángulos internos de un triángulo es 180° .
- La suma de los ángulos exteriores de un triángulo es 360° .
- La suma del ángulo exterior y el ángulo interior de un triángulo es 180° .
- El ángulo interior y su respectivo ángulo exterior tienen la propiedad de ser suplementarios y consecutivos.



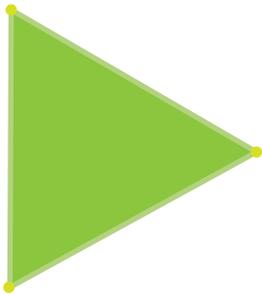
Clase 23 Esta clase tiene video

Tema: Triángulos especiales

Actividad 78

Mida los lados y los ángulos de los siguientes triángulos. Luego, escriba la clasificación según la medida de los lados y la medida de los ángulos de cada uno de ellos.

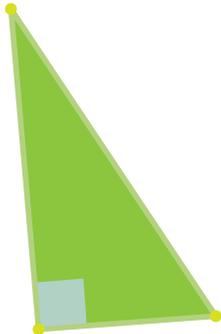
1 Triángulo _____.



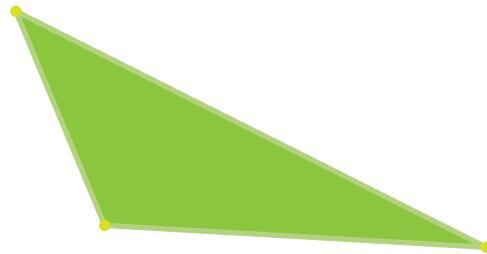
2 Triángulo _____.



3 Triángulo _____.



4 Triángulo _____.



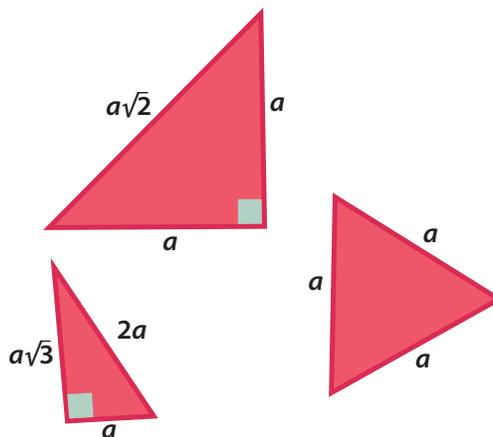
Actividad 79

Relacione cada triángulo con sus respectivas características y la respectiva figura.

Triángulo rectángulo isósceles.

Triángulo equilátero.

Triángulo rectángulo 30° – 60°.



Todos sus lados y ángulos son congruentes entre sí.

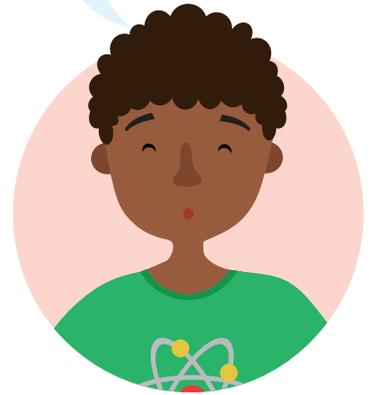
Si su cateto más corto es a , los otros dos son $2a$ y $a\sqrt{3}$

Si sus catetos son a , la hipotenusa es $a\sqrt{2}$

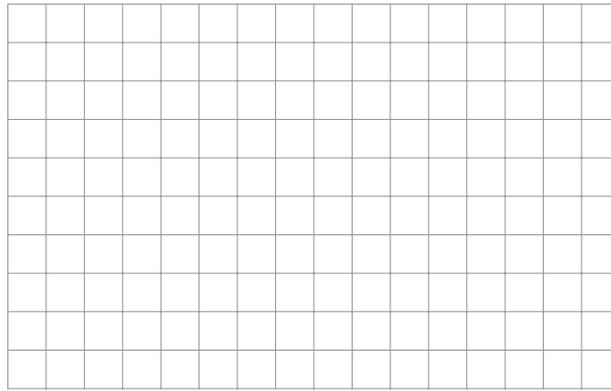
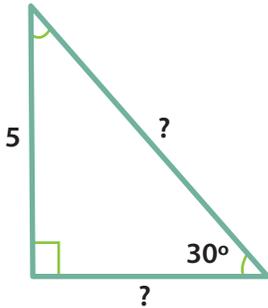
Actividad 80

Encuentre las longitudes de los lados de cada triángulo.

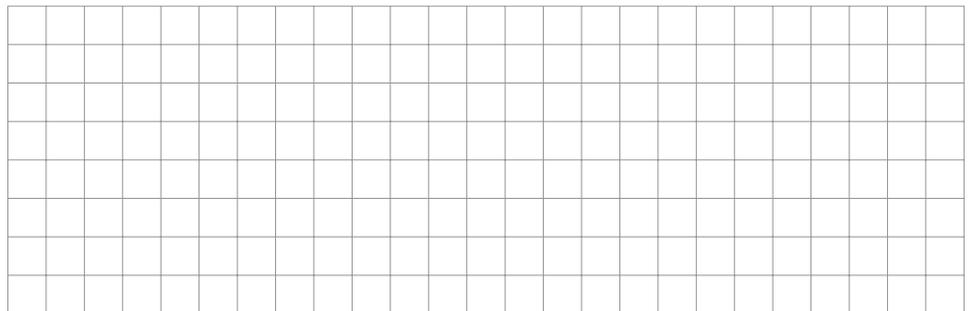
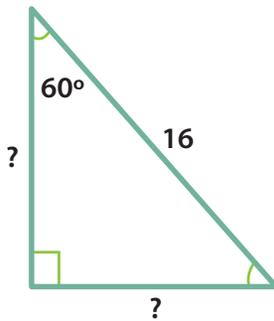
En todo triángulo rectángulo cuyos ángulos agudos midan 30° y 60° , la longitud del cateto mayor es $\sqrt{3}$ veces la longitud del cateto menor y la longitud de la hipotenusa es el doble de la longitud del cateto menor.



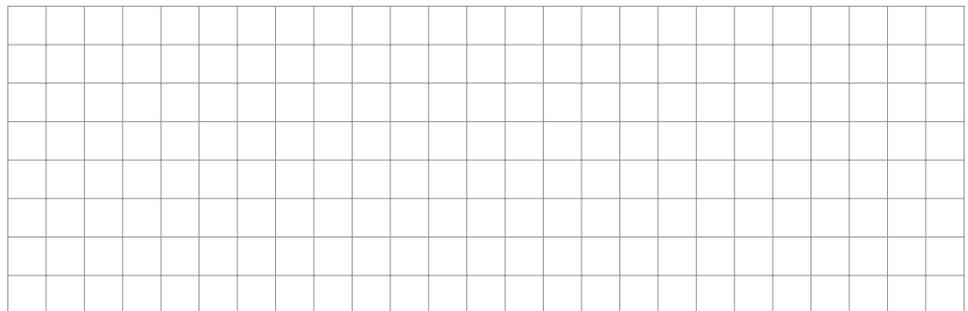
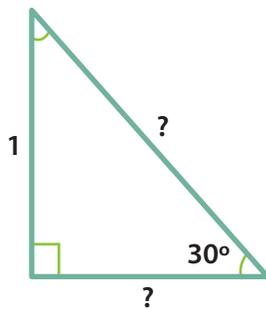
1



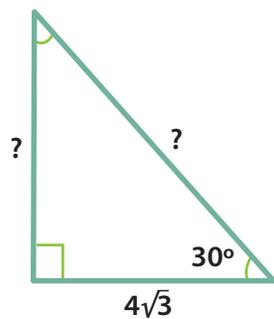
2



3



4



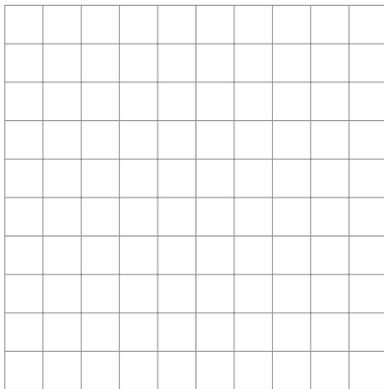
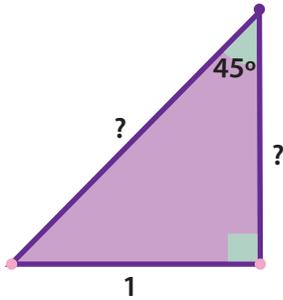
$\frac{+}{-}$
 $\frac{x}{x}$

Clase 24

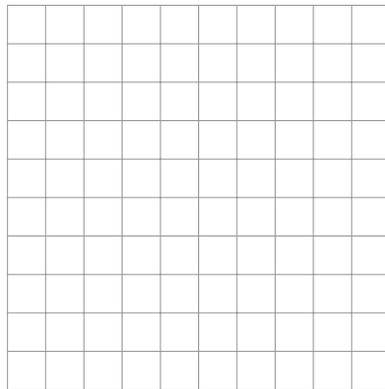
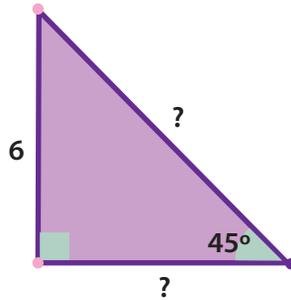
Actividad 81

Encuentre las longitudes de los lados indicados y calcule el área de cada triángulo.

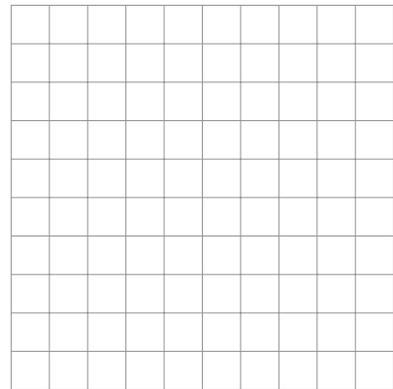
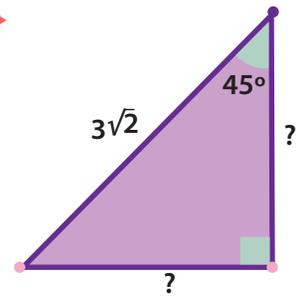
1



2

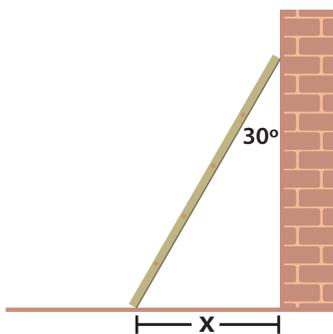


3



Actividad 82

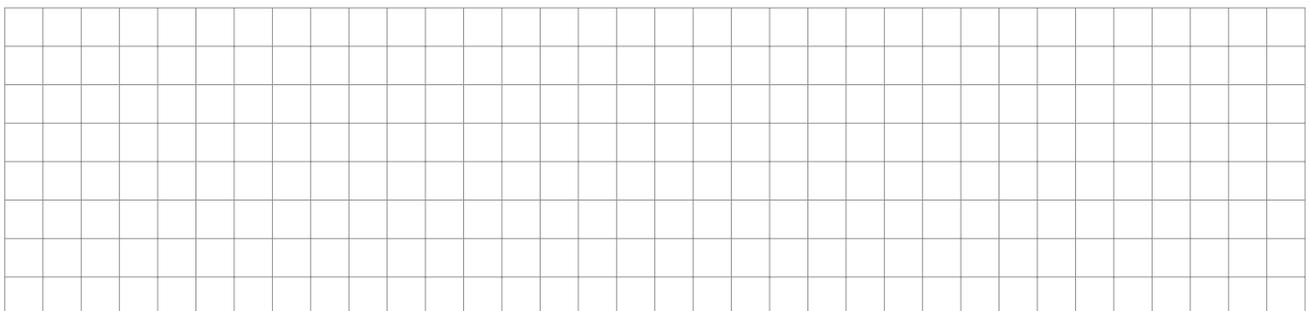
Al recostar una escalera contra una pared se forma un triángulo rectángulo, como se muestra en la figura.



- 1 ¿Cuál es la expresión que representa la hipotenusa del triángulo?

- 2 ¿Cuál es la medida de los ángulos internos del triángulo?

- 3 ¿Cuál es el perímetro del triángulo? _____
- 4 ¿Cuál es el área del triángulo? _____



Actividad 83

1 Lea la siguiente información.

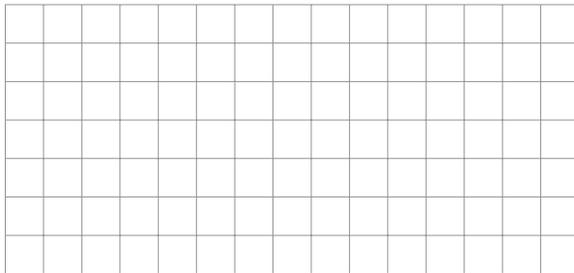
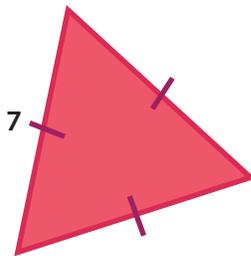
Al trazar la altura en un triángulo equilátero se generan dos triángulos rectángulos congruentes cuyos ángulos miden 30° , 60° y 90° , respectivamente.

Así que su área está dada por la siguiente expresión:

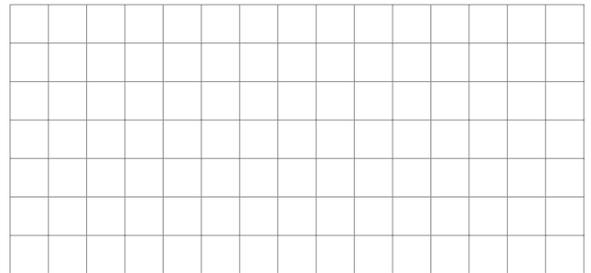
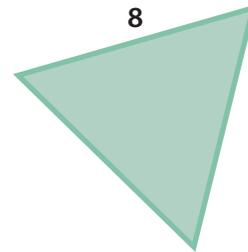
$$A_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

2 Halle el área de los siguientes triángulos equiláteros.

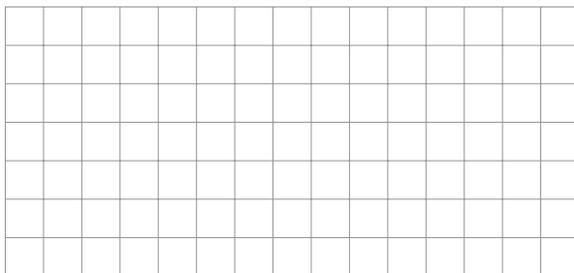
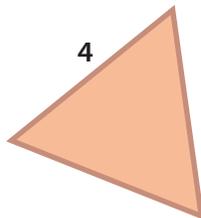
a)



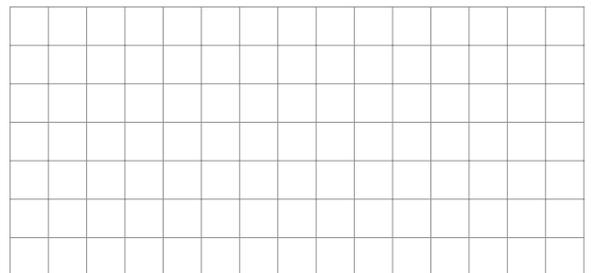
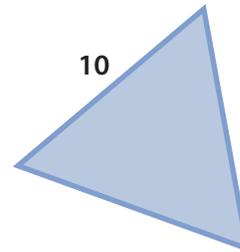
b)



c)



d)



Clase 25 Esta clase tiene video

Actividad 84

1 Construya un triángulo con las siguientes medidas: $a = 3 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$ y $c = 6 \text{ cm}$.

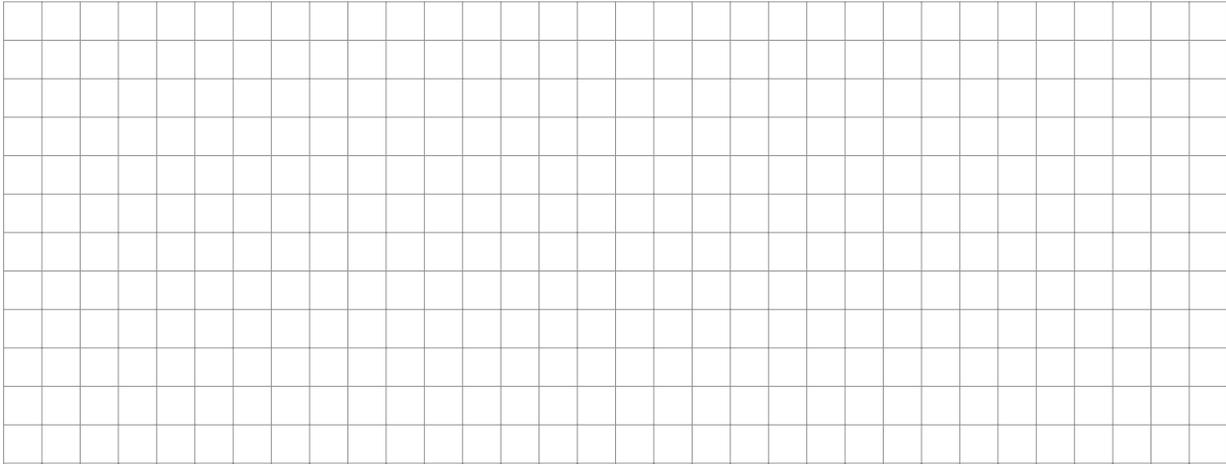


2 Con las medidas dadas para el triángulo anterior, verifique que se cumpla cada una de las siguientes desigualdades:

$a < b + c$

$b < a + c$

$c < a + b$



En todo triángulo se cumple esta propiedad, se llama **desigualdad triangular** y permite determinar cuándo es posible la construcción de un triángulo.



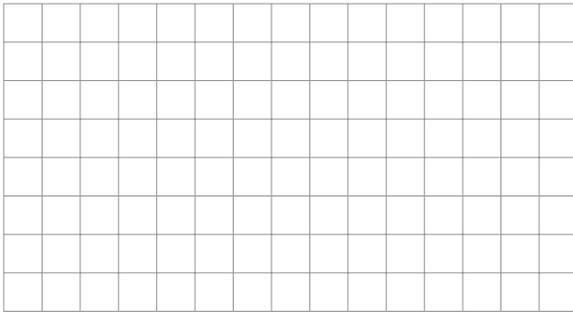
Se puede concluir que: "La suma de las longitudes de dos lados de un triángulo es mayor que la longitud del tercer lado".



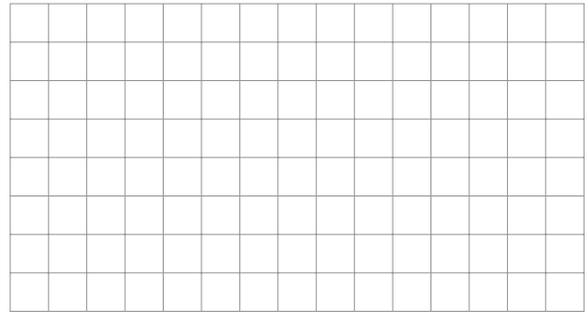
Actividad 85

Determine si las medidas dadas a continuación podrían ser longitudes de los lados de un triángulo y dibújelos en su cuaderno.

1 $a = 10\text{cm}, b = 8\text{cm}, c = 7\text{cm}$



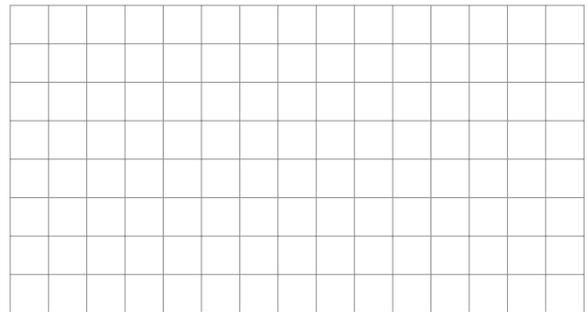
2 $m = 5\text{cm}, n = 11\text{cm}, t = 4\text{cm}$



3 $x = 10\text{cm}, y = 10\text{cm}, z = 21\text{cm}$

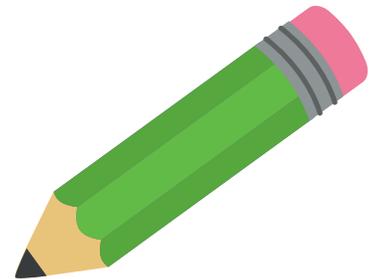
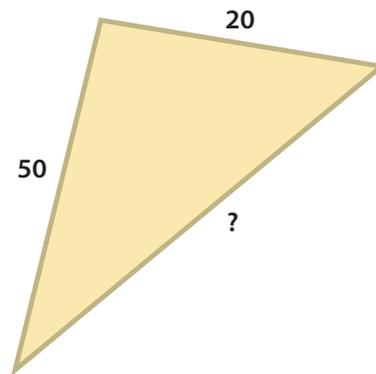


4 $s = 3\text{cm}, r = 4\text{cm}, w = 5\text{cm}$



Actividad 86

Observe el triángulo; responda y complete.



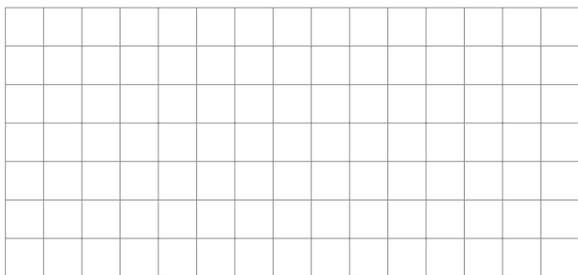
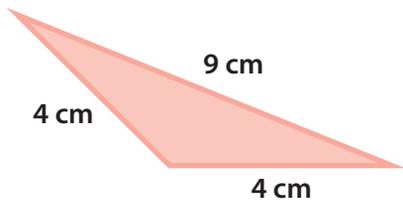
1 ¿Cuál podría ser la longitud de uno de los lados de un triángulo, si se sabe que las medidas de los otros dos son 20 cm y 50 cm?

2 La longitud del tercer lado no puede ser mayor que _____ ni menor que _____.

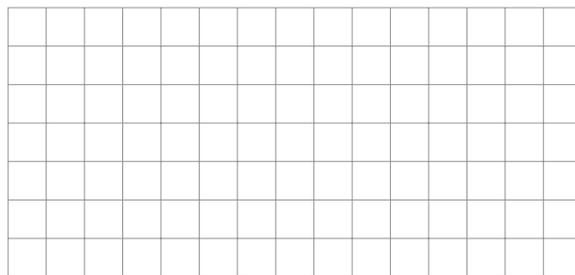
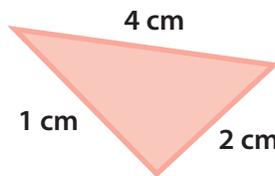
Actividad 87

Use la desigualdad triangular para determinar cuáles de los siguientes triángulos se pueden construir. Luego, escriba su respuesta y justifíquela.

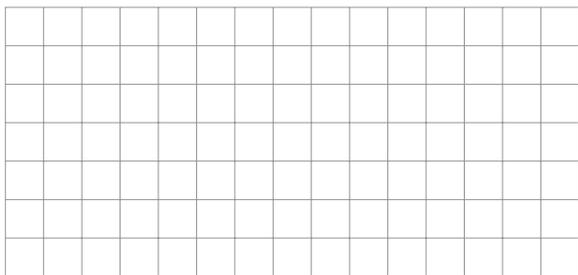
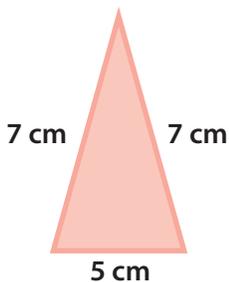
1



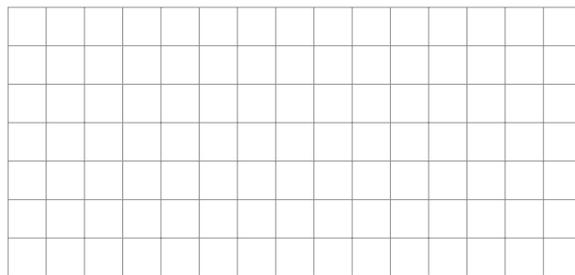
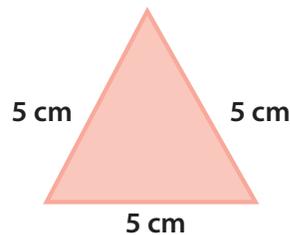
2



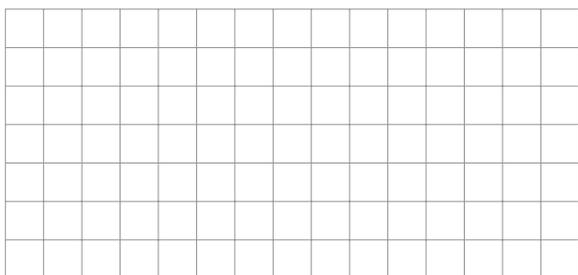
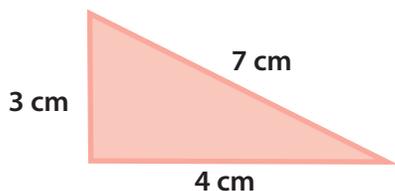
3



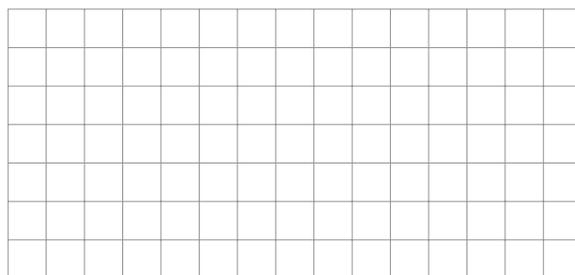
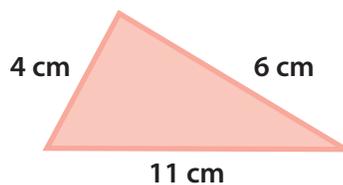
4



5

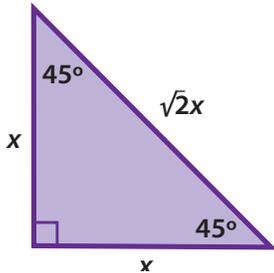


6



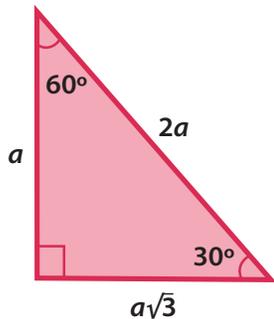
Resumen

Teorema. Si un triángulo es isósceles entonces los ángulos de la base, que se forma sobre el lado de diferente medida, son congruentes.



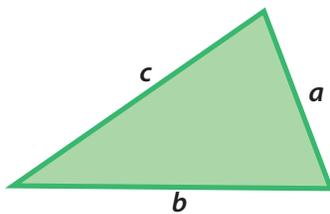
Triángulos rectángulos 45° - 90° - 45°

La longitud de la hipotenusa en un triángulo rectángulo isósceles es $\sqrt{2}$ veces la longitud de uno de los catetos.



Triángulos rectángulos 30° - 60° - 90°

En todo triángulo rectángulo cuyos ángulos agudos midan 30° y 60°, la longitud del cateto mayor es $\sqrt{3}$ veces la longitud del cateto menor y la longitud de la hipotenusa es el doble de la longitud del cateto menor.

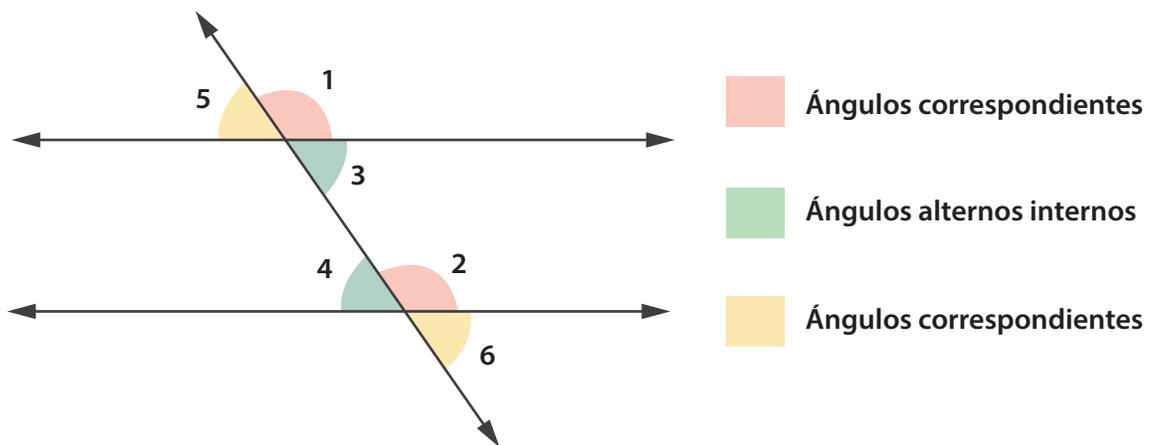


Desigualdad triangular

En todo triángulo se cumple que la medida de uno de sus lados es mayor que la diferencia de los otros dos, pero menor que la suma de sus lados. $a + b > c$, $b + c > a$, $c + a > b$.

Ángulos entre paralelas y una secante

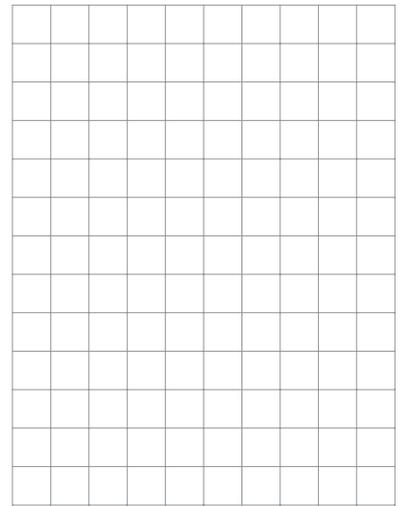
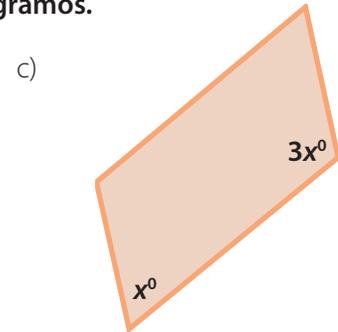
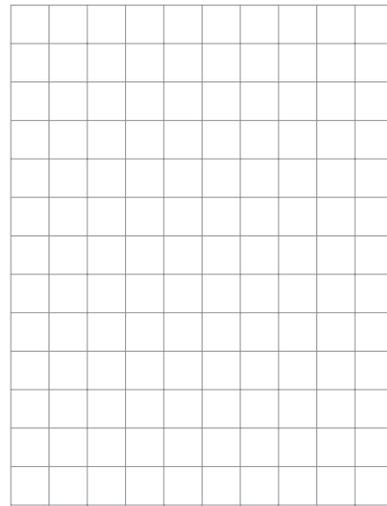
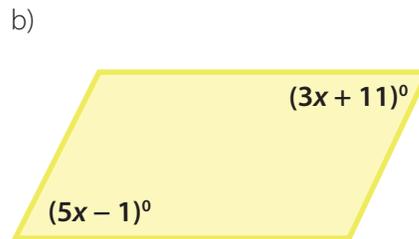
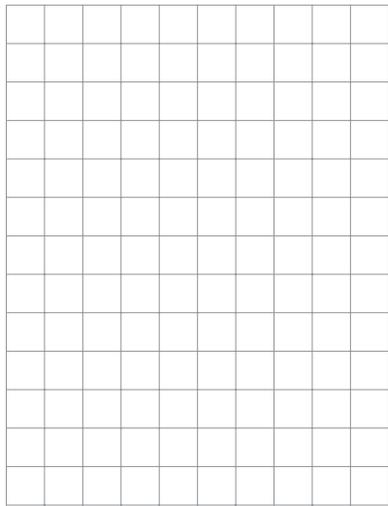
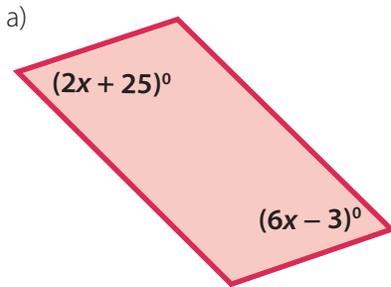
Los siguientes pares de ángulos son congruentes.



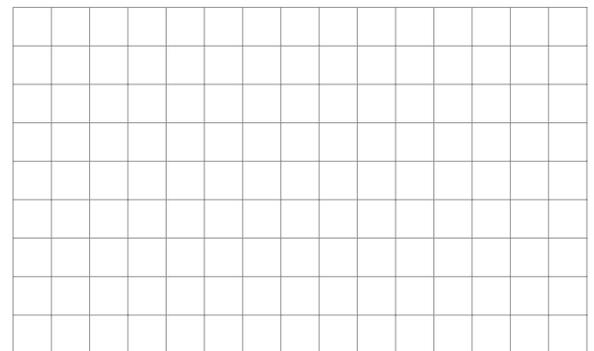
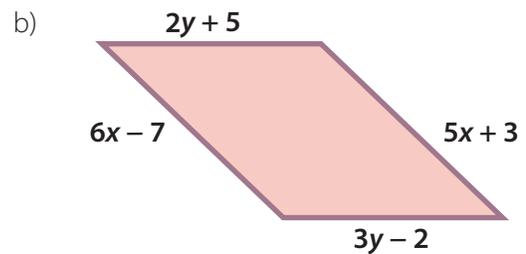
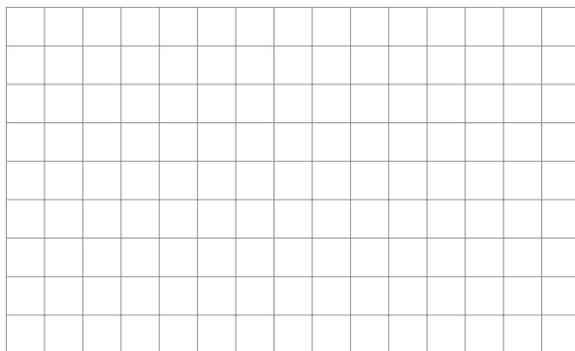
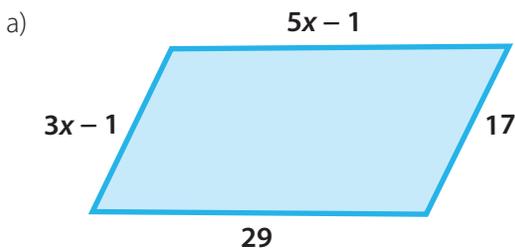
Clase 28

Actividad 92

1 Encuentre la medida de todos los ángulos de los siguientes paralelogramos.



2 Encuentre el valor de x o y en cada paralelogramo.



Actividad 93

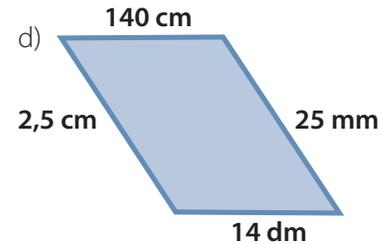
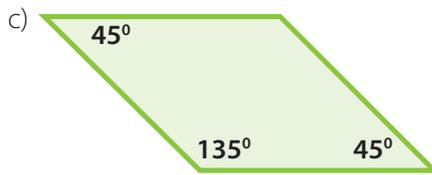
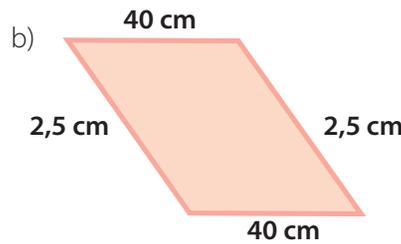
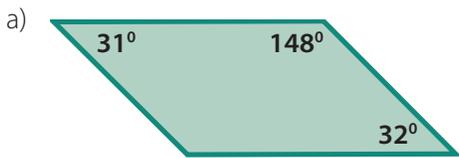
1 Lea la siguiente información.

- Si los lados opuestos de un cuadrilátero son congruentes, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.
- Si un cuadrilátero tiene un par de lados opuestos paralelos y congruentes, entonces es un paralelogramo.
- Si los ángulos opuestos de un cuadrilátero son congruentes, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.

Esta información sobre cuadriláteros es muy importante.

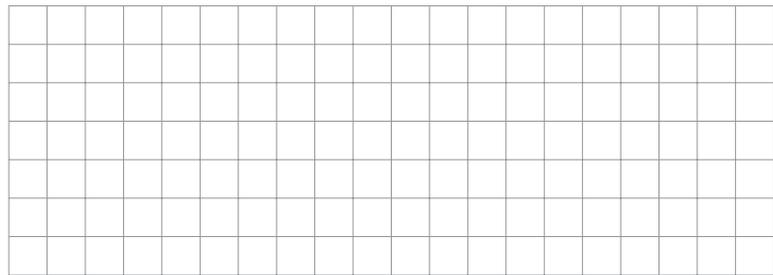
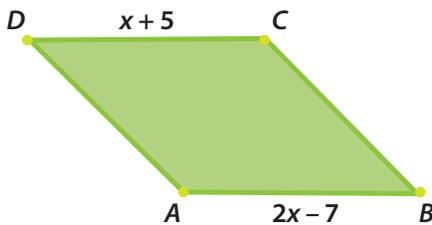


2 Encierre en un círculo las figuras que no pueden ser paralelogramos

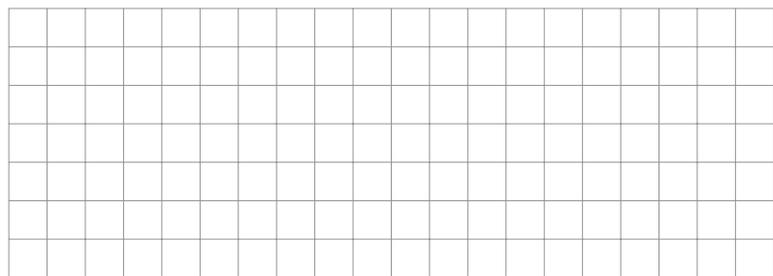
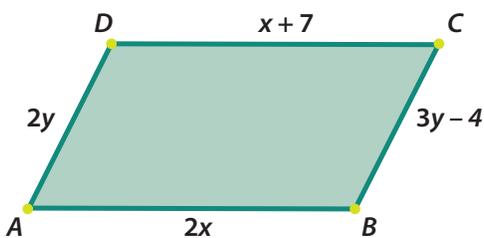


Actividad 94

1 $ABCD$ es un paralelogramo. Si $AB = 2x - 7$ y $CD = x + 5$, encuentre la longitud de \overline{CD} .



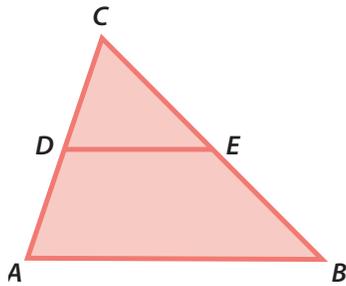
2 En un paralelogramo $ABCD$, $AB = 2x$, $CD = x + 7$, $AD = 2y$ y $BC = 3y + 4$. Encuentre el perímetro del paralelogramo.



Clase 29 Esta clase tiene video

Actividad 95

1 En la figura, D y E son puntos medios. Complete los siguientes enunciados, con las medidas correspondientes.

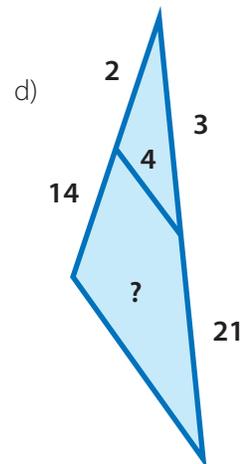
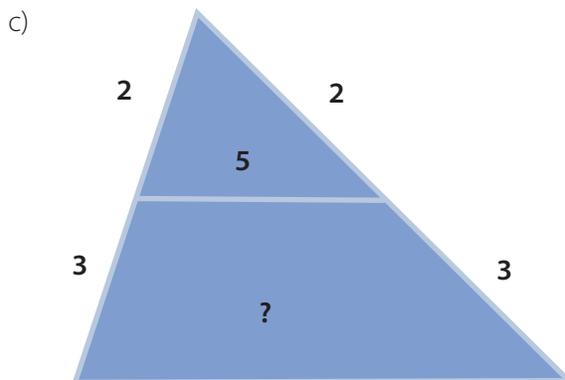
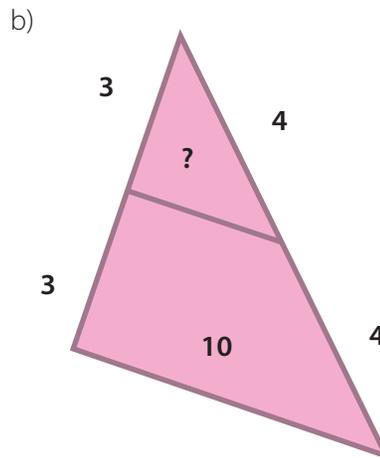
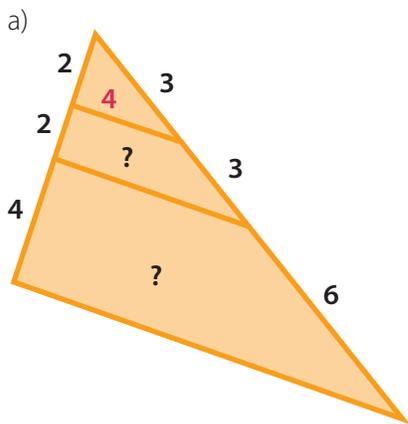


El segmento que une los puntos medios de dos lados de un triángulo es paralelo al tercer lado y tiene la mitad de su longitud.



- a) Si $AB = 10$, entonces $DE =$ _____
- b) Si $DE = 14$, entonces $AB =$ _____
- c) Si $AB = 7$, entonces $DE =$ _____

2 En los siguientes triángulos, escriba el número o números que faltan.

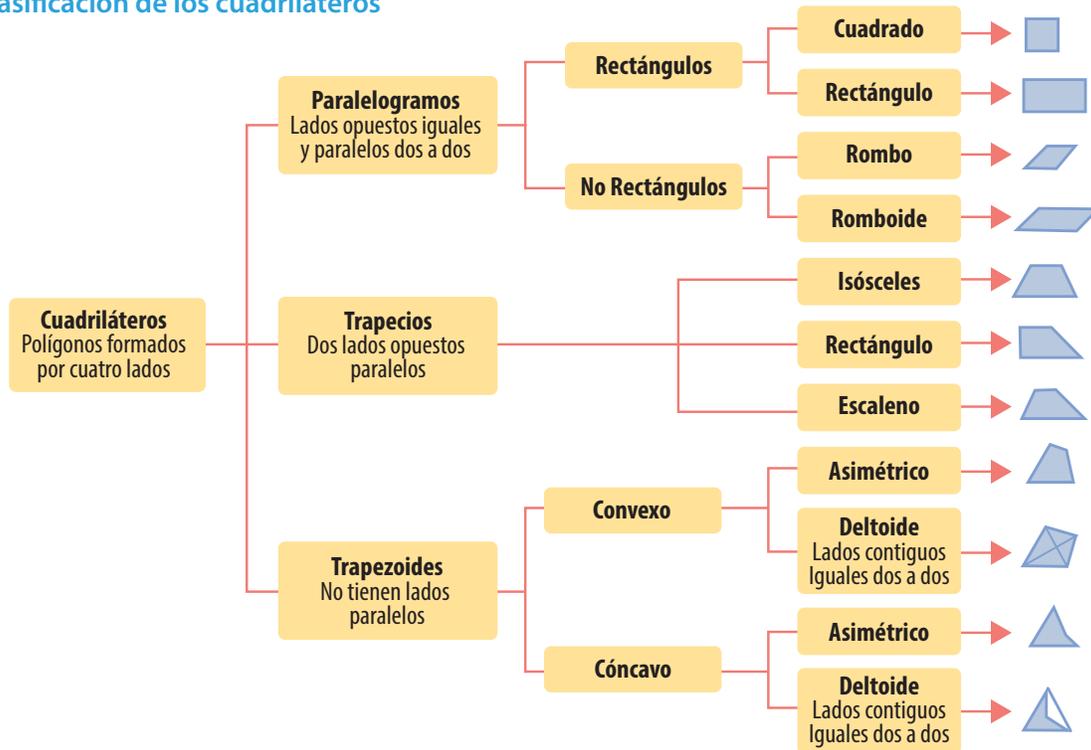


Resumen

Definiciones importantes

- Dos segmentos son congruentes si la medida de sus longitudes son iguales.
- Dos ángulos son congruentes si tienen la misma medida.

Clasificación de los cuadriláteros



Propiedades de los paralelogramos

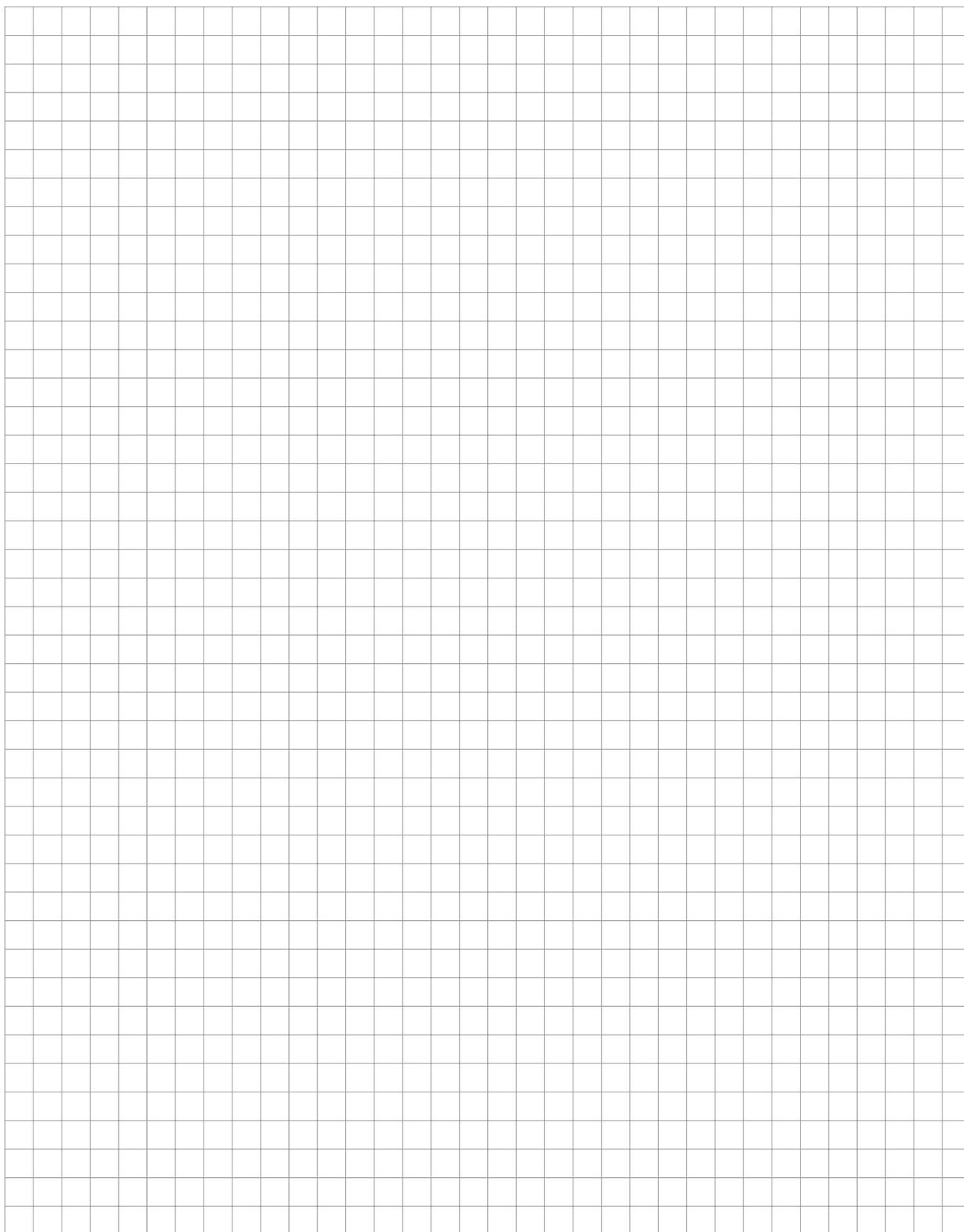
- Los ángulos opuestos de un paralelogramo son congruentes.
- Los lados opuestos de un paralelogramo son congruentes.
- Los ángulos consecutivos de un paralelogramo son suplementarios.
- Si los lados opuestos de un cuadrilátero son congruentes, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.
- Si un cuadrilátero tiene un par de lados opuestos, paralelos y congruentes, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.
- Si los ángulos opuestos de un cuadrilátero son congruentes, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.

Segmento medio de un triángulo y de un trapecio:

- El segmento que une los puntos medios de dos lados de un triángulo es paralelo al tercer lado y tiene la mitad de su longitud.
- Los puntos medios de los lados de un cuadrilátero son los vértices de un paralelogramo.
- La base media de un trapecio es: paralela a las bases del trapecio y su medida es igual a la semisuma de las bases.



Notas



Clase 1 Esta clase tiene video

Tema: Factorización algebraica, factor común

Actividad 1

1 Lelea y analice el ejemplo.

- 36 | 2 se inicia con el menor factor, en este caso es 2.
- 18 | 2 se divide y se repite el proceso.
- 9 | 3 9 ya no es divisible entre 2 sino entre 3.
- 3 | 3 se divide entre 3 hasta llegar a 1.
- 1 |

La descomposición en factores primos de 36 es $2^2 \times 3^2$.

2 Factorice cada número natural.

a) 18



b) 147



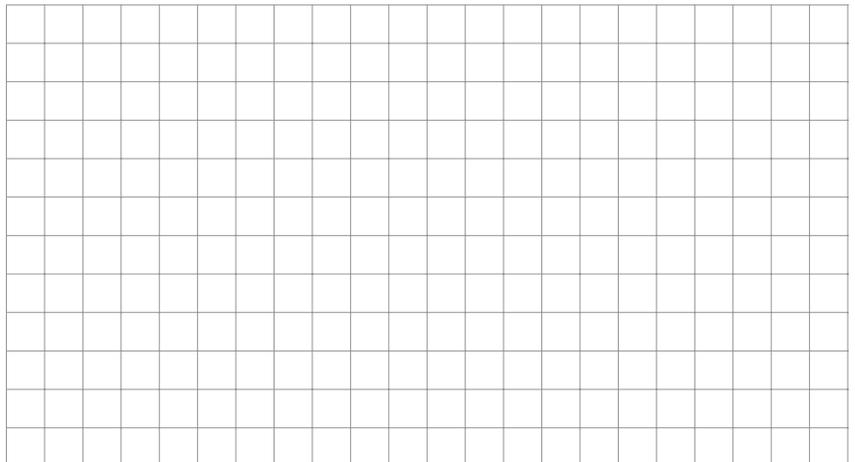
El proceso de descomponer en factores primos se llama **factorización**.



Actividad 2

Indique con una X cuáles de las siguientes expresiones están factorizadas correctamente.

- 1 $125 = 5^3$
- 2 $60 = 6 \times 5 \times 2$
- 3 $144 = 3^2 \times 8 \times 2$



Actividad 6

En cada una de las multiplicaciones, escriba el factor que falta.

1 $24 \cdot \square = 312$

2 $3x^2 \cdot \square = 12x^5$

3 $2y \cdot \square \cdot 5xy = 30x^2y^4$

4 $\square \cdot a^2 \cdot 5c = 35a^2bc$

Actividad 7

Relacione los elementos de la columna de la izquierda con los de la columna de la derecha.

(m.c.d.) de $3x^2, 9x$

xy

(m.c.m.) de $6x^2y, 9xy^2$

$18x^2y^2$

(m.c.d.) de $5xyz, 4xy$

$3x$

(m.c.m.) de $9x^2z, 12xy$

$36x^2yz$



Actividad 8

Factorice la expresión que determina el área de cada rectángulo.

1 Área = $2ab + 2ac + 2ad$



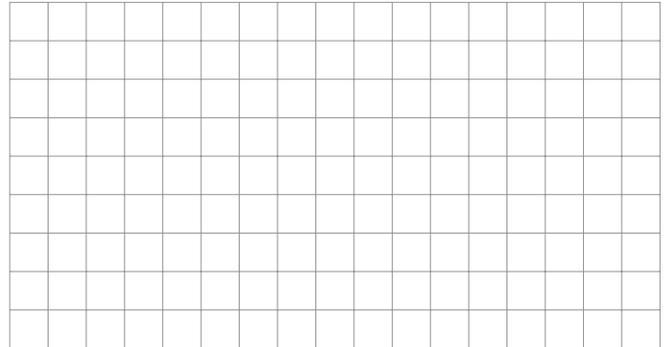
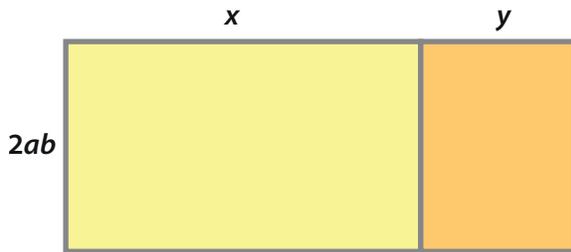
2 Área = $4m^3y + 5x^2m - 8xmy$



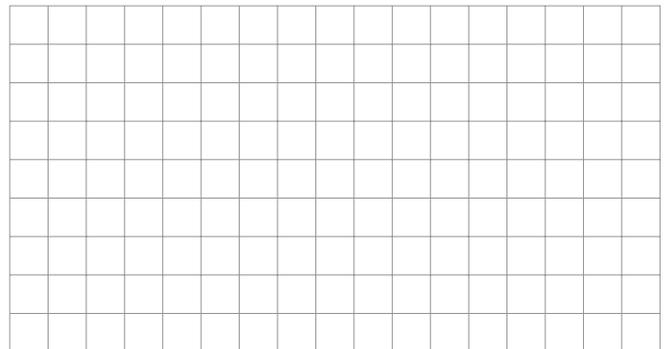
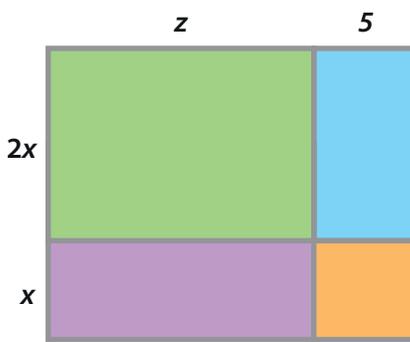
Actividad 12

Escriba en forma factorizada el polinomio que representa el área de cada figura.

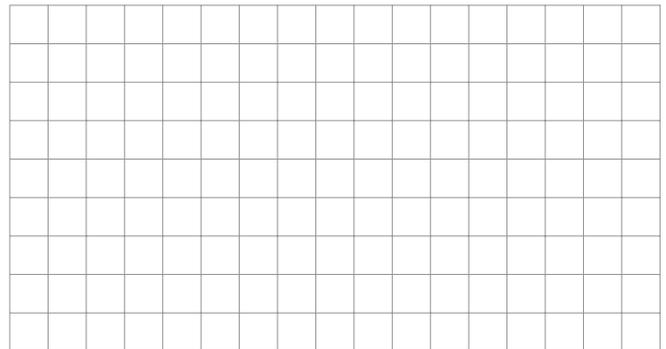
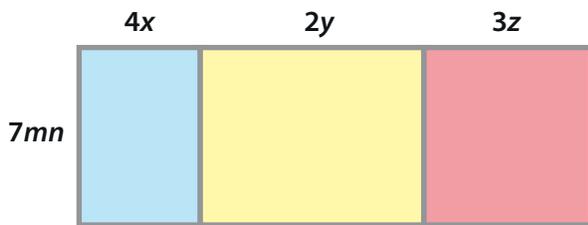
1



2



3



Actividad 13

Encuentre los términos que faltan en la factorización de cada polinomio.

1 $6x^2 + 15x = \square (2x + 5)$

2 $7m^4 + 21m^3n + 42m^2n^2 = \square (m^2 + \square + \square)$

3 $16a^2x^2 - 8ax^3 + \square = 8ax^2 (\square - \square + 3a)$



Actividad 14

Complete la tabla:

Polinomio	Factor común
1 $-9x^3y^4z^2 + 45x^2yz + 25y^2z$	
2 $150m^2n^2 - 240mn^6 - 360m^3n^2$	
3 $25a^2bc + 30ab^2c - 60a^3bc^2$	

Actividad 15

Encuentre la palabra escondida calculando los siguientes productos. Luego complete la oración y lea su significado.

- 1 $3(2x - 4 + x) =$ _____ 2 $(4x - 2 - x)3 =$ _____
 3 $-3(4x - x + 2) =$ _____ 4 $(-4x + x - 2)(-3) =$ _____

$9x - 6$ LÍN	$-9x - 6$ DRO
$9x + 6$ MO	$9x - 12$ PA
$9x + 12$ MA	$-9x - 12$ NO
$-9x + 12$ FA	$6x - 9$ LO

Un _____ es un número, palabra o frase que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda.



Clase 3

Actividad 16

1 Lea y analice el ejemplo.

Halle el factor común de cada expresión y factorice por factor común polinomio.

$x(a + 1) + y(a + 1) =$ en este caso, el factor común polinomio es $(a + 1)$,
 entonces la factorización del polinomio es
 $(a + 1)(x + y)$

2 Factorice los siguientes polinomios por factor común polinomio.

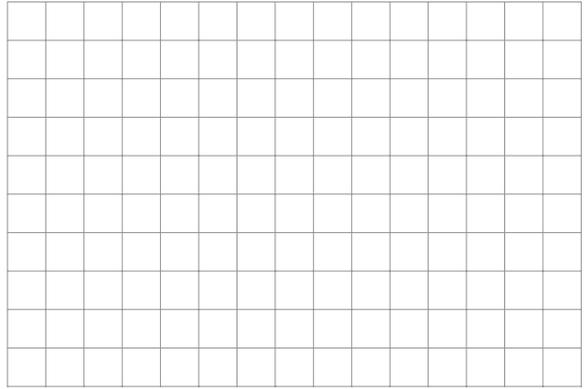
a) $m(y + 2) - 3(y + 2) =$



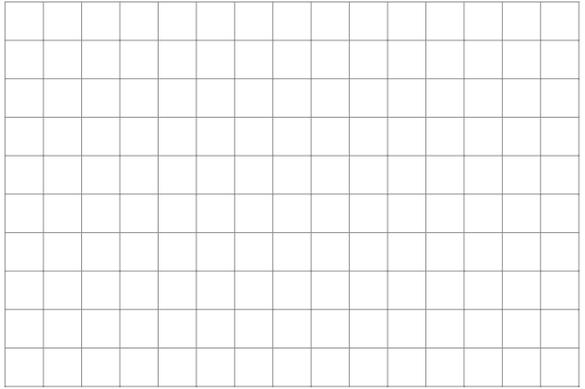
b) $x(a^2 - b^2) + 5(a^2 - b^2) =$



c) $a(x + 3y) - b(x + 3y) + c(x + 3y) =$



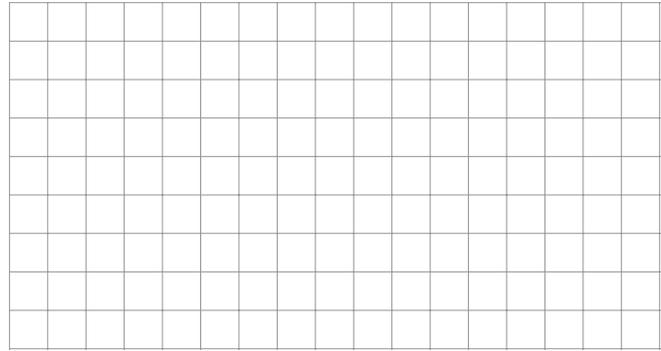
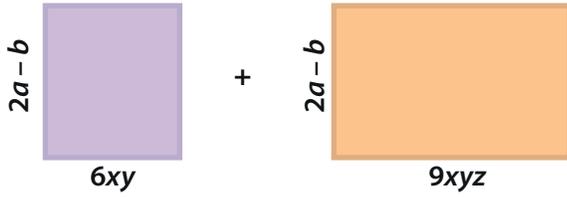
d) $m^2 + n - 10 - 9(m^2 + n - 10) =$



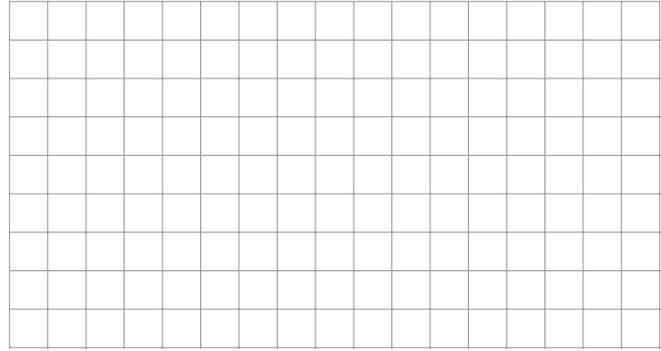
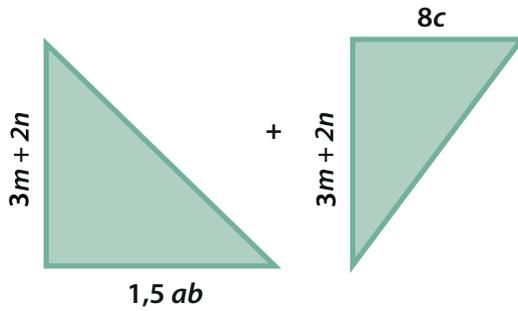
Actividad 17

Escriba en forma factorizada el polinomio que representa el área de cada grupo de figuras.

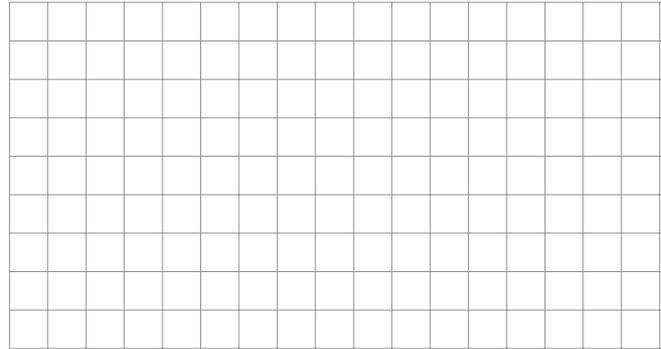
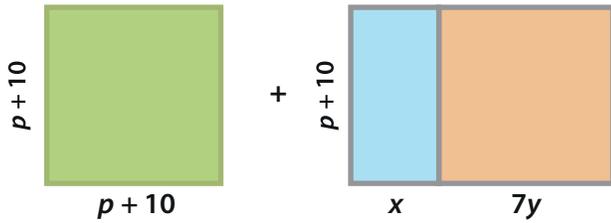
1



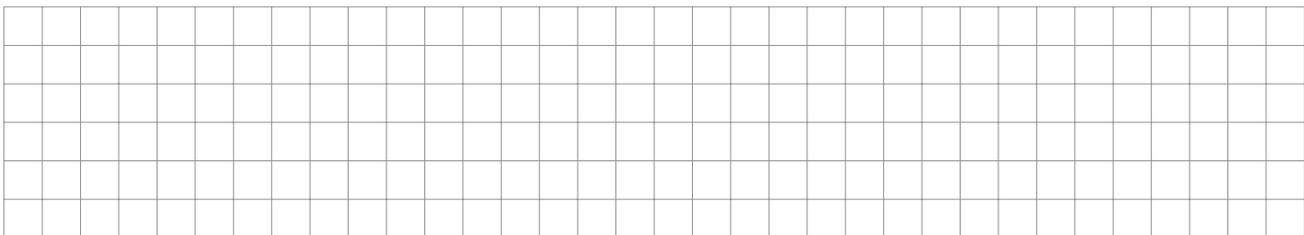
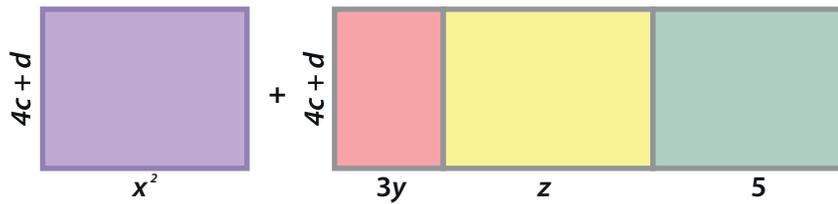
2



3



4



Clase 4 Esta clase tiene video

Tema: Factor común por agrupación de términos

Actividad 20

1 Lea la siguiente información.

Para factorizar **agrupando términos**:

- Se asocian términos que tengan un monomio común.
- Se factorizan estos términos buscando que queden polinomios comunes.
- Se factoriza el polinomio común.



2 Escriba las expresiones que faltan para completar el proceso de cada factorización.

a) $mx + my - nx - ny =$

$m(x + y) - n(\text{_____}) =$

$(m - n)(\text{_____})$

b) $8bc - 15ad - 10bd + 12ac =$

$\text{_____}(4c - 5d) + \text{_____}(4c - 5d) =$

$(\text{_____})(\text{_____})$

c) $56b^2c - 21b^2 - 96a^2c - 36a^2 =$

$12a^2(\text{_____} - 8c) - 7b^2(\text{_____}) =$

$(\text{_____})(\text{_____})$

d) $21ap^2q^2 - 35bp^2q^2 + 9ar^2s^3 - 15br^2s^3 =$

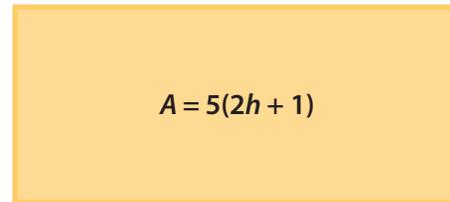
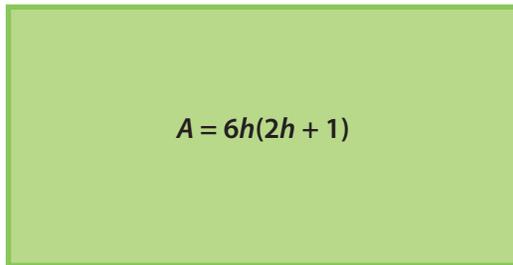
$\text{_____}(3a - 5b) + \text{_____}(\text{_____}) =$

$(\text{_____})(\text{_____})$



Actividad 24

- 1 Observe el ejemplo en el cual se determina, en forma factorizada, la diferencia entre las áreas de los rectángulos dados.



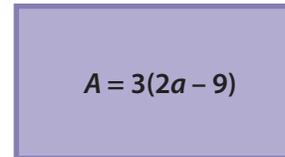
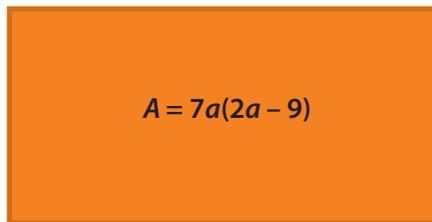
Para determinar la diferencia entre las áreas, reste el área del rectángulo pequeño del área del rectángulo grande.

$$6h(2h + 1) - 5(2h + 1) \longrightarrow \text{Restar las áreas}$$

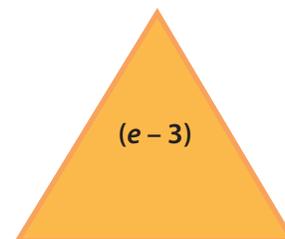
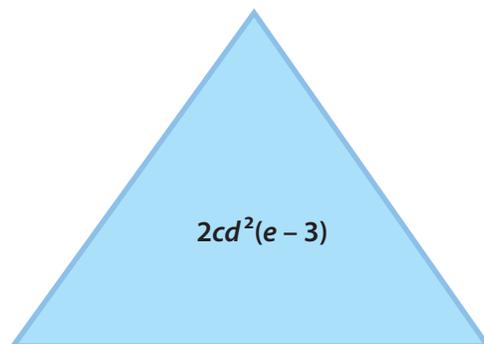
$$= (2h + 1)(6h - 5) \longrightarrow \text{Factorizar } (2h + 1)$$

- 2 Determine una expresión, en forma factorizada, para calcular la diferencia entre las áreas, teniendo en cuenta el ejemplo anterior.

a)



b)



Clase 6 Esta clase tiene video

Tema: Diferencia de cuadrados perfectos

Actividad 25

Encuentre la raíz cuadrada de los siguientes términos.

Término	Raíz cuadrada
1 $121w^4$	
2 $169m^6n^8$	
3 $\frac{4t^2u^{14}}{9v^{12}}$	
4 $(x - 2y)^2$	
5 $(9 + b^2)^4$	



Actividad 26

1 Lea la siguiente información.

La **diferencia de cuadrados** perfectos se factoriza como la suma de las raíces cuadradas de los dos términos, por la diferencia de las raíces cuadradas de los términos.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

2 Escriba en los espacios las expresiones adecuadas al factorizar las diferencias de cuadrados.

a) $m^2 - n^2 = (m + \text{_____})(\text{_____})$

b) $x^4 - y^6 = (x^2 - \text{_____})(\text{_____} + y^3)$

c) $144a^{12} - \text{_____} = (\text{_____} + 16b^6)(\text{_____})$

d) $\text{_____} - \text{_____} = (4c - \text{_____})(\text{_____} + 7d)$

e) $100x^2y^8 - 81 = (10xy^4 - \text{_____})(\text{_____} + \text{_____})$



Clase 7

Tema: Suma y diferencia de cubos perfectos

Actividad 29

En la siguiente tabla aparecen algunos monomios que son cubos perfectos y sus correspondientes raíces cúbicas. Complete la tabla.

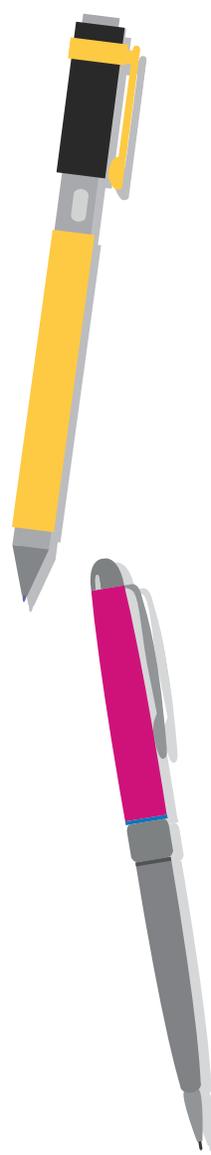
Término	¿Tiene raíz cúbica?	Raíz cúbica
1 x^3	Sí	x
2 w^5	No	
3 $-27x^6y^9z^{21}$		
4 $a^3b^6c^2$		
5 $\frac{1}{8} wx^{24}$		
6 $\frac{1000}{64} p^{19}o^3$		

Actividad 30

Encierre en un círculo aquellos binomios que están compuestos por cubos perfectos.

- 1 $1 + 27b^3$
- 2 $121 - 64b^6d^9$
- 3 $729p^{12} + 343q^{15}$
- 4 $\frac{8}{27}s^9 - 1$
- 5 $216t^{21} + \frac{3}{512}u$

Un **cubo perfecto** es toda expresión que tiene raíz cúbica exacta



Actividad 31

1 Lea la siguiente información y complete los espacios que faltan en los procedimientos al factorizar diferencia o las sumas de cubos perfectos, teniendo en cuenta que:

Para factorizar una **diferencia de cubos perfectos**

- Se extrae la raíz cúbica de cada término y se forma una **diferencia** con estas raíces.
- Luego, se forma un trinomio con la raíz cúbica del primer término elevada al cuadrado **más** el producto de las dos raíces cúbicas, **más** el cuadrado de la segunda raíz cúbica.

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

2 Complete las factorizaciones:

a) $m^3 - \underline{\hspace{2cm}} = (m - \underline{\hspace{2cm}})(m^2 + \underline{\hspace{2cm}} + 4)$

b) $\underline{\hspace{2cm}} - 27 = (a^2 - 3)(\underline{\hspace{2cm}} + 3a^2 + \underline{\hspace{2cm}})$

c) $64c^{12} - 125 = (\underline{\hspace{2cm}} - 5)(\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}})$

Actividad 32

1 Lea la siguiente información.

Para factorizar una **suma de cubos perfectos**

- Se extrae la raíz cúbica de cada término y se forma una **suma** con estas raíces.
- Luego, se forma un trinomio con la raíz cúbica del primer término elevada al cuadrado **menos** el producto de las dos raíces cúbicas, **más** el cuadrado de la segunda raíz cúbica.

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

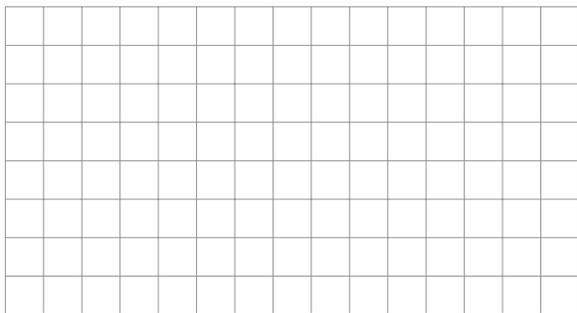
Observe el ejemplo

$$64a^3 + 125b^9 = (4a + 5b^3)(16a^2 - 20ab^3 + 25b^6)$$



2 Factorice las siguientes expresiones.

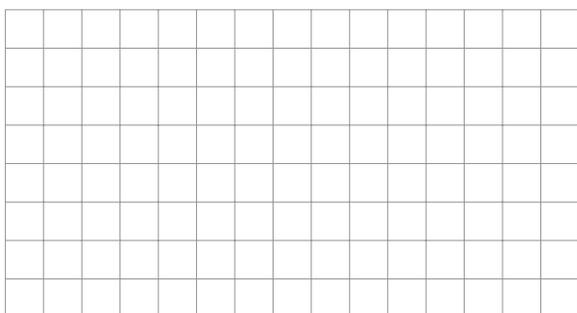
a) $a^6 + b^3 =$



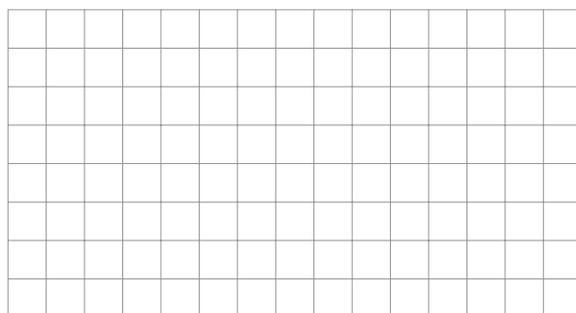
b) $8 + 343x^{12} =$



c) $512h^9 + i^3 =$



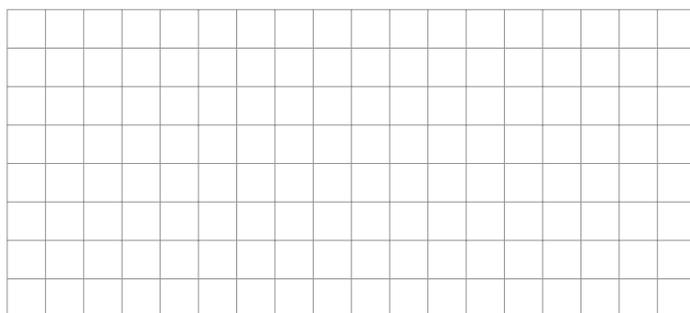
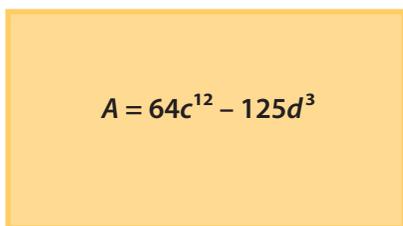
d) $\frac{125}{64}s^{15} + 1 =$



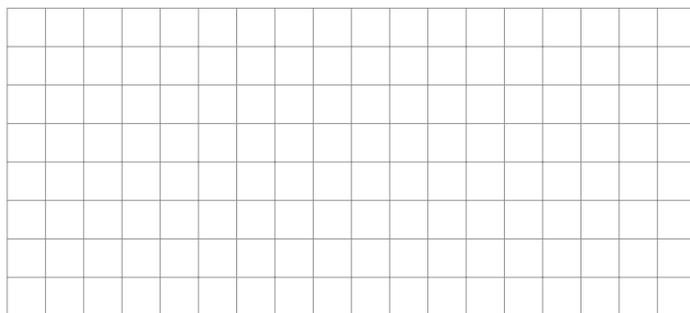
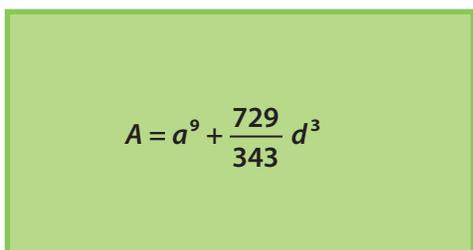
Actividad 33

1 Factorice cada expresión y encuentre las dimensiones de los siguientes rectángulos, teniendo en cuenta su área.

a)



b)



Clase 8

Esta clase tiene video

Tema: Factorización de un trinomio cuadrado perfecto

Actividad 34

1 Observe la estrategia para identificar si un trinomio es cuadrado perfecto.

$x^2 - 6x + 9$

Para factorizar agrupando términos:

- Raíz cuadrada de x^2 es exacta: $\sqrt{x^2} = x$
- Raíz cuadrada de 9 es exacta: $\sqrt{9} = 3$
- El doble de la primera raíz por la segunda raíz es el segundo término del trinomio. $2 \cdot x \cdot 3 = 6x$
- El primer y el tercer términos son positivos.

El trinomio $x^2 + 6x + 9$ es un trinomio cuadrado perfecto.



2 Siga el proceso planteado en la actividad anterior e identifique cuáles de los siguientes trinomios son cuadrados perfectos.

a) $m^2 - 8m + 25$

b) $x^2 + 12xy + 36y^2$

c) $t^2 + 2t - 1$

d) $x^2 + 6x + 9$

e) $25a^2 + 30ab + 9b^2$

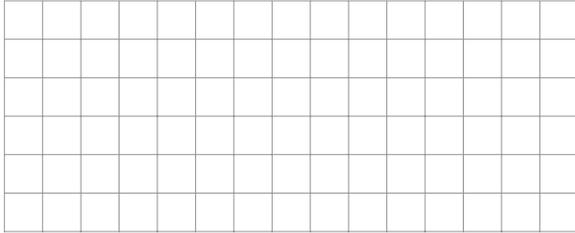
f) $9b^2 - 12bc + 16c^2$



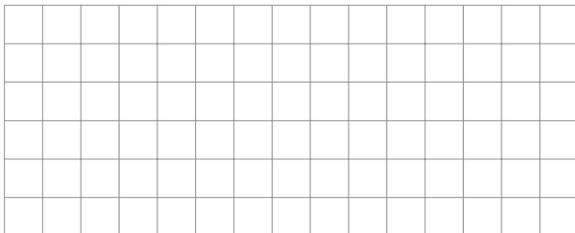
Actividad 37 – Tarea

Factorice los siguientes trinomios cuadrados perfectos.

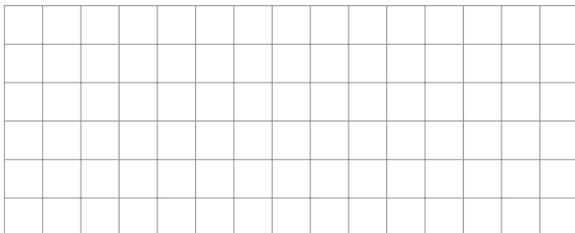
1 $x^2 + 12x + 36$



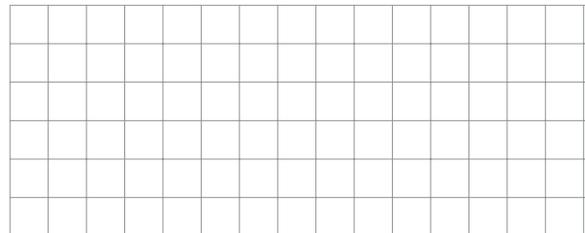
2 $x^2 + 144 - 24x$



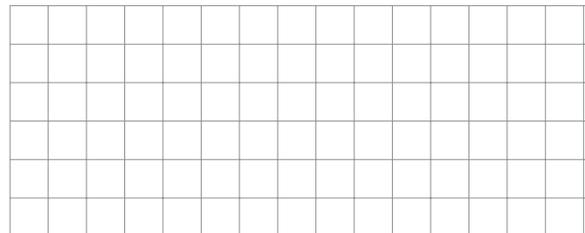
4 $-40xy^2 + 16x^2 + 25y^4$



3 $1 - 8y + 16y^2$



5 $40x^5z^4 + 1 + 400x^{10}z^8$

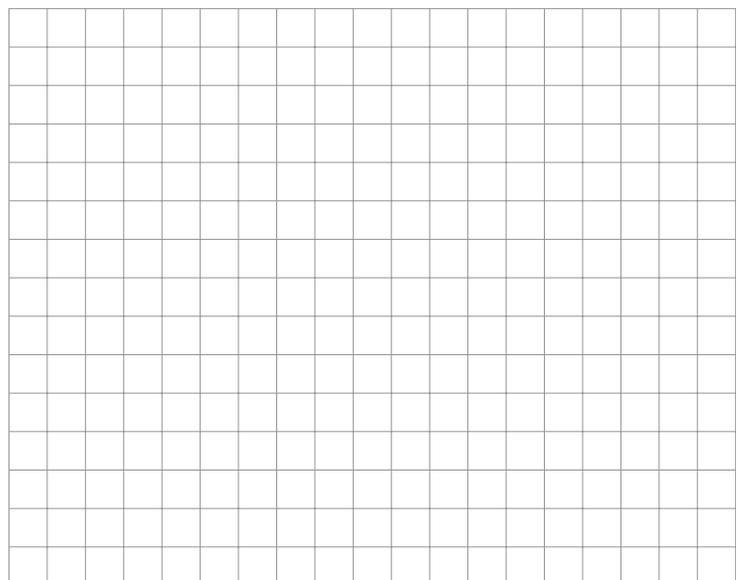
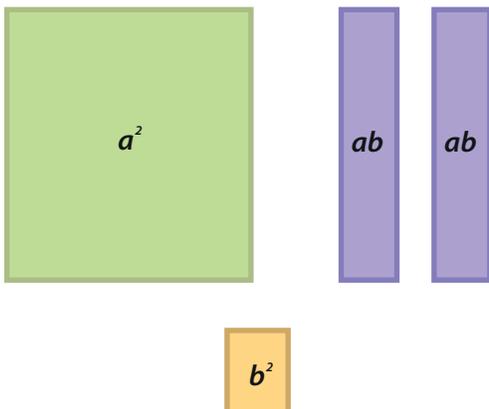


No olvide que los trinomios deben estar ordenados y el primer y tercer términos deben ser positivos.

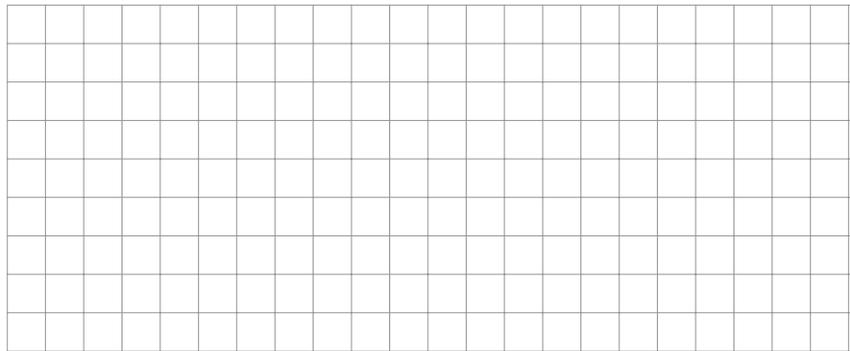


Actividad 38

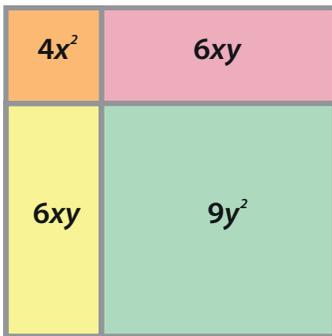
Organice los rectángulos y los cuadrados dados en la imagen de forma que quede demostrado que $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$.



2



3

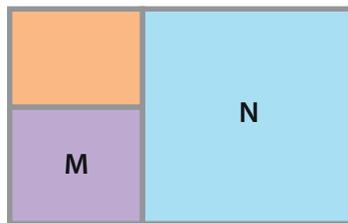


Actividad 41

Encuentre el área del rectángulo naranja teniendo en cuenta la información dada.



El área del cuadrado M es $x^2 + 2x + 1$



El área del cuadrado N es $4x^2 + 4x + 1$.



Clase 10 Esta clase tiene video

Tema: Factorización de un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

Actividad 43

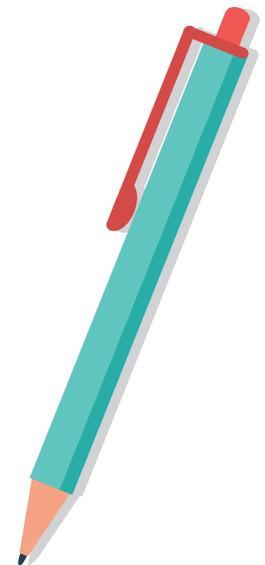
Encuentre dos números que cumplan las condiciones dadas.

- 1 Sumados den 7
Multiplicados den 10
- 2 Multiplicados den 12
Sumados den -7
- 3 Sumados den -3
Multiplicados den -18

Actividad 44

Escriba en la tabla los números p y q que cumplan las condiciones.

p	q	$p + q$	pq
		5	6
		3	-40
		-4	-21
		-6	-40
		-5	-24
		18	32



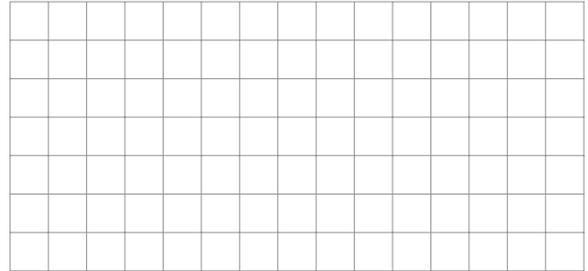

Actividad 49

Factorice los siguientes trinomios.

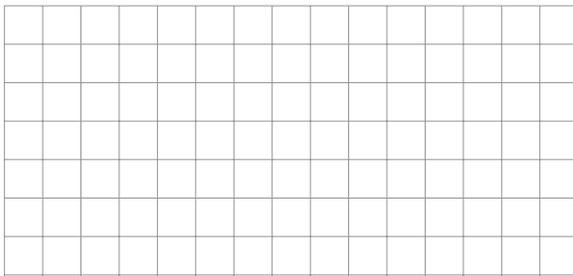
Recuerde que es posible usar la descomposición en factores primos para encontrar los números que verifican las condiciones del trinomio.



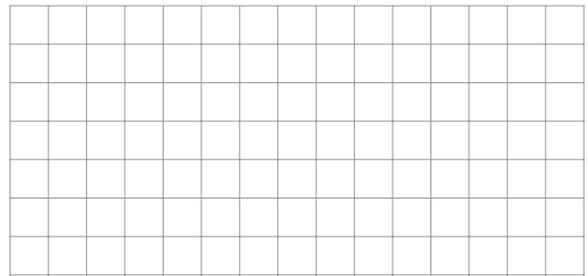
1 $a^2 + 26a + 144$



2 $m^2 + 7m - 450$

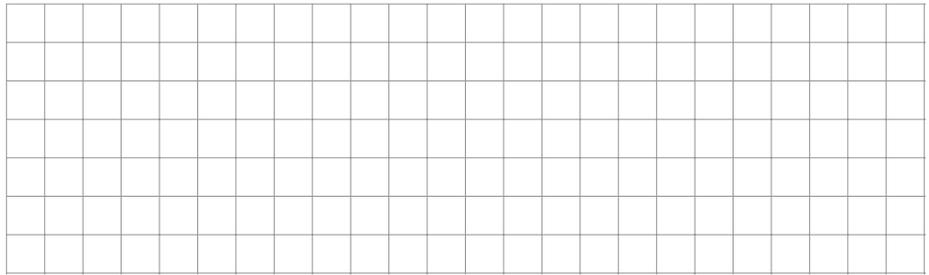
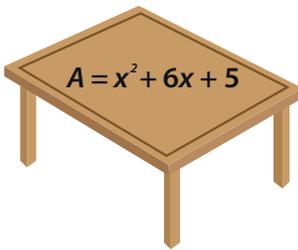


3 $x^2 - 32x - 1.680$

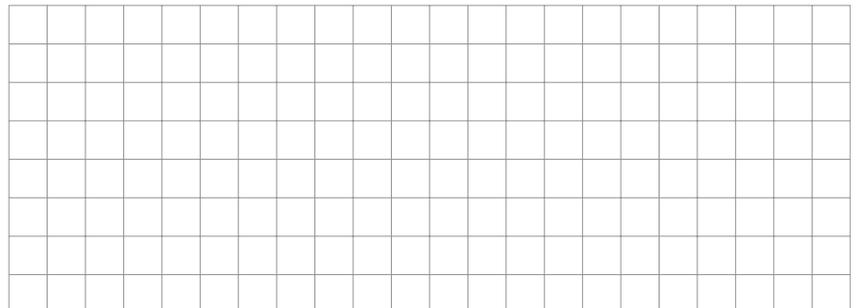
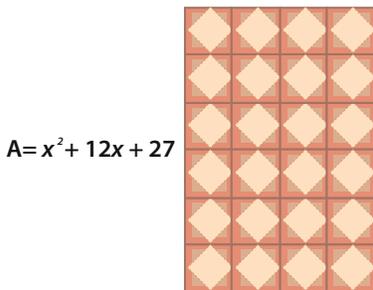


Actividad 50

1 El área de la superficie plana de la mesa está dada por la expresión mostrada. ¿Cuáles pueden ser las dimensiones de esta superficie?



2 La figura muestra una habitación recubierta con un piso de madera. ¿Qué expresiones representan las dimensiones de la habitación?





Resumen

Trinomio cuadrado perfecto

Para **factorizar un trinomio cuadrado perfecto** se debe:

1. Ordenar el trinomio.
2. Se extraen las raíces (exactas) del primero y tercer término y se verifica que el segundo término sea el doble producto de la primera raíz por la segunda.
3. Si el segundo término es **positivo**, se eleva al cuadrado la suma de las raíces cuadradas del primer y tercer término.
4. Si el segundo término es **negativo**, se eleva al cuadrado la diferencia de las raíces cuadradas del primer y tercer término.

La **factorización** de un **trinomio cuadrado perfecto** es:

$$x^2 + 2xy + y^2 = \underbrace{(x + y)^2}_{\text{Expresión factorizada}}, \text{ o, } x^2 - 2xy + y^2 = \underbrace{(x - y)^2}_{\text{Expresión factorizada}}$$

Trinomio de la forma $x^{2n} + bx^n + c$



En este trinomio el **primer término** tiene coeficiente 1 y el tercer término es un número.



El **segundo término** contiene la misma variable que el primer término, elevada a un exponente que es la mitad del exponente del primer término.

La factorización de este trinomio se hace de la siguiente manera:

1. Se halla la raíz cuadrada del primer término y se escribe entre paréntesis.
2. Se buscan los números "r" y "s" tales que su producto sea el término constante "c" y su suma el coeficiente "b" del segundo término.

Se expresa el producto de dos factores de tal manera que en cada uno se escriba la suma de la raíz cuadrada del primer término con los números "r" y "s" de tal manera que:

$$x^{2n} + bx^n + c = (x^n + r)(x^n + s) \text{ teniendo en cuenta que } r + s = b, \text{ además } rs = c$$



Clase 12 Esta clase tiene video

Actividad 51

Halle los números m y n que cumplan las siguientes condiciones:

Primera condición: $b = m + n$

Segunda condición: $mn = ac$

Observe el ejemplo resuelto en la primera fila de la tabla.



$ax^2 + bx + c$	m	n	$b = m + n$	$mn = ac$
$6x^2 + 7x - 5$	10	-3	$7 = 10 + (-3)$	$10(-3) = 6(-5)$
$6x^2 - 23x + 15$				
$3x^2 - 4x - 4$				
$5x^2 - 2x + 2$				
$5x^2 - 10x - 40$				
$4n^2 + n - 33$				

Actividad 52

1 Lea la siguiente información.

Para factorizar un trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$, se puede proceder de la siguiente manera:

Primero: Se buscan dos números, n y m , que verifiquen simultáneamente que:

$m + n = b$ y $mn = ac$.

Segundo: A los dos números se les escribe la variable que se está usando en el polinomio, elevada a la uno. La expresión algebraica ahora tiene cuatro (4) términos.

Tercero: Se agrupan los dos (2) primeros términos y los dos (2) últimos términos y se saca el factor común en cada uno.

Cuarto: Se saca el factor común entre los binomios dados.

2 Teniendo en cuenta la información anterior, escriba las expresiones que faltan en cada factorización.

$$\begin{aligned} \text{a) } 8m^2 - 2m - 3 &= 8m^2 - 6m + 4m - 3 \\ &= (8m^2 - \underline{\hspace{2cm}}) + (4m - 3) \\ &= 2m(\underline{\hspace{2cm}}) + (4m - 3) \\ &= (4m - 3)(\underline{\hspace{2cm}}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 3x^2 - 5x - 12 &= 3x^2 - 9x + 4x - 12 \\ &= (3x^2 - \underline{\hspace{2cm}}) + (4x - 12) \\ &= 3x(\underline{\hspace{2cm}}) + 4(\underline{\hspace{2cm}}) \\ &= (x - 3)(\underline{\hspace{2cm}}) \end{aligned}$$

Tenga en cuenta que los números a , b y c están dados en el trinomio $ax^2 + bx + c$ y los números m y n se deben buscar.



Actividad 53

Analice y factorice los trinomios dados.

1 $12x^2 - 19x - 18$



2 $4x^2 - 19x + 1$



3 $10y^2 + 9y - 7$



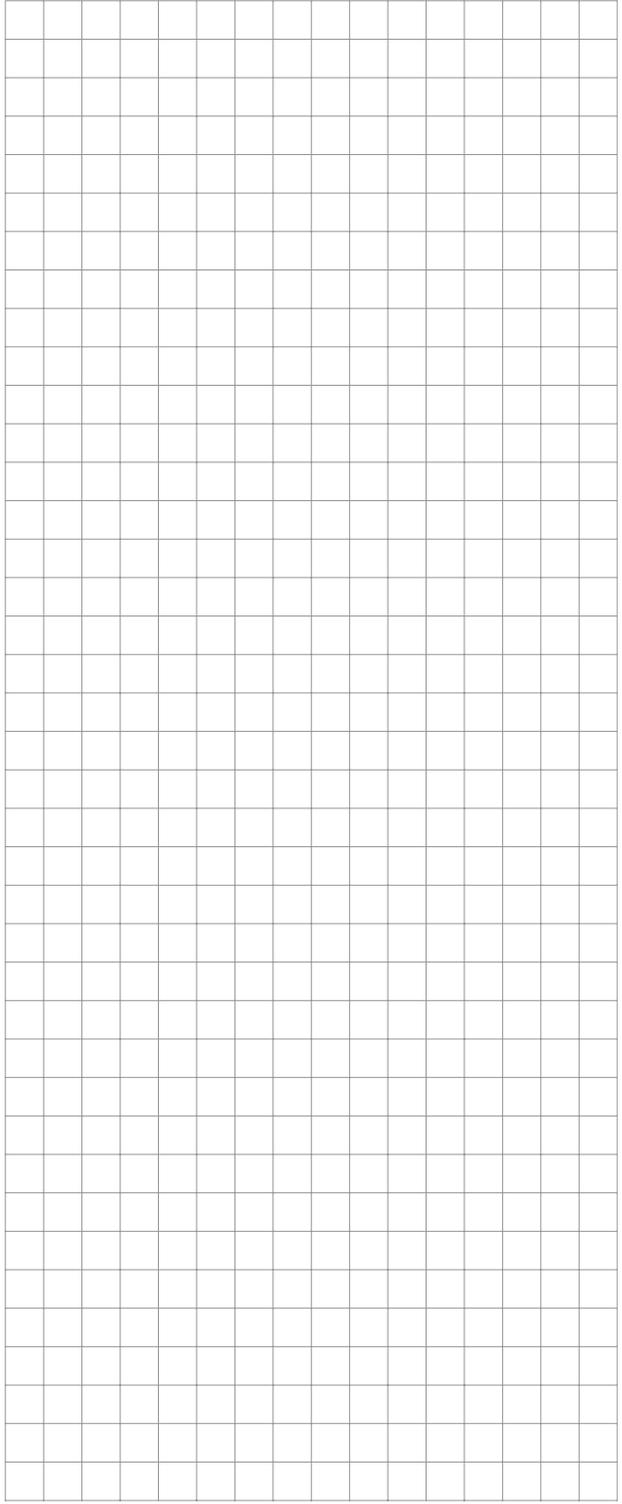
4 $3x^2 - x - 2$



 **Actividad 54**



Escriba en el diagrama los factores de los trinomios indicados.

$3y^2 + 5y - 2$	<input type="text"/>	
$6y^2 + y - 1$	<input type="text"/>	
$6y^2 - 5y - 4$	<input type="text"/>	
$15y^2 - 29y + 12$	<input type="text"/>	
$10y^2 + 9y - 9$	<input type="text"/>	
	<input type="text"/>	

Clase 13

Actividad 55

1 Lea el ejemplo que muestra cómo factorizar el trinomio $6x^2 + x - 2$.

$6x^2 + x - 2 = \frac{6(6x^2 + x - 2)}{6}$ $= \frac{(6x^2) + (6x) - 12}{6}$ $= \frac{(6x + 4)(6x - 3)}{6}$ $= \frac{2(3x + 2) 3(2x - 1)}{6}$ $= (3x + 2) (2x - 1)$	<p>Se multiplica y se divide entre 6.</p> <p>Se escribe el trinomio de la forma $x^2 + bx + c$</p> <p>Se factoriza el trinomio $x^2 + bx + c$</p> <p>Se busca factor común en los binomios.</p> <p>Se simplifica.</p>
--	---

En este nuevo método, se convierte el trinomio $ax^2 + bx + c$ en un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

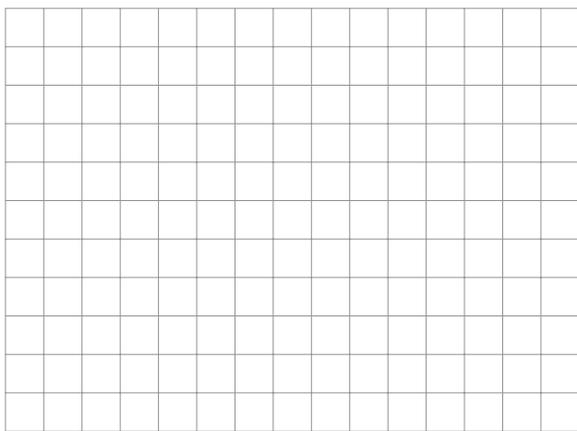


Tenga en cuenta que puede usar cualquiera de los métodos vistos para factorizar el trinomio.



2 Factorice los siguientes trinomios

a) $2a^2 + 5a - 12$



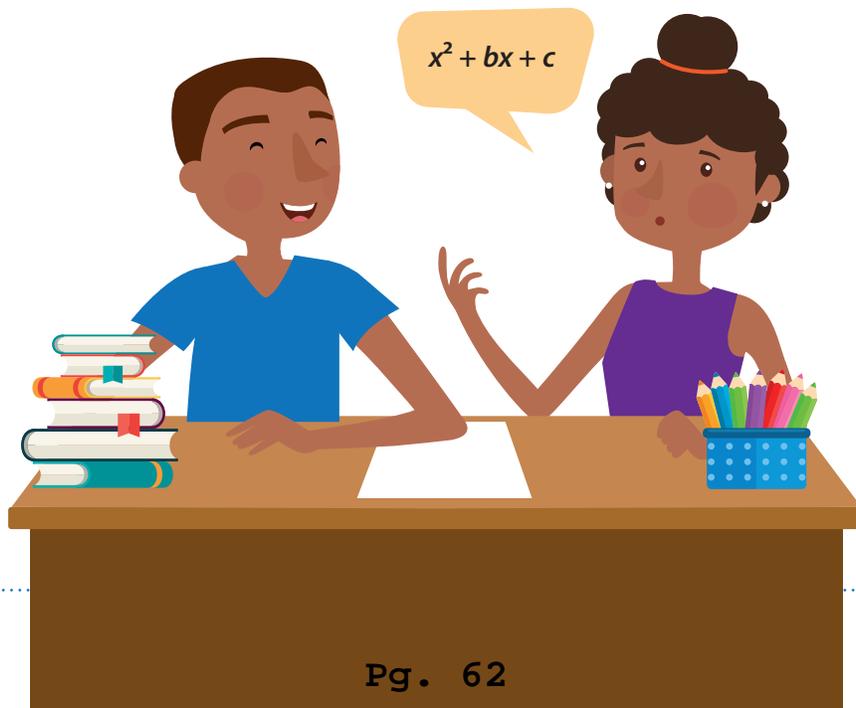
b) $16m^2 + 4m - 2$



c) $2x^2 + 5x + 2$



d) $9x^2 - 36x - 45$

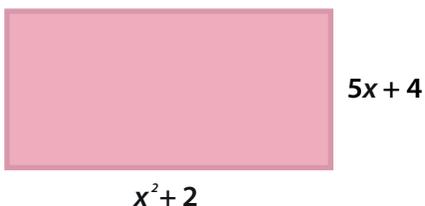


Clase 14

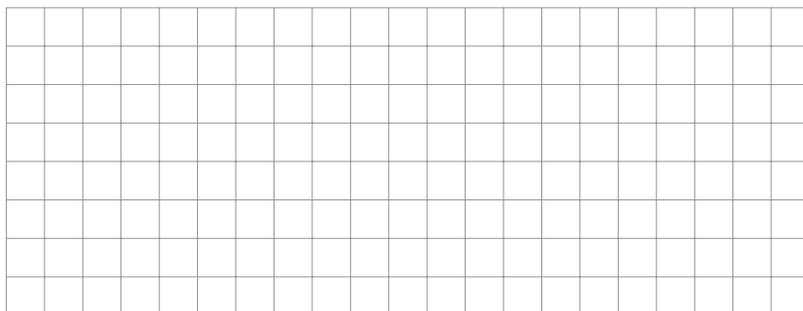
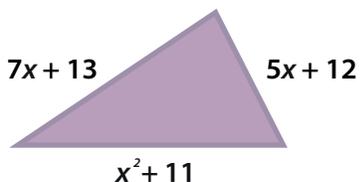
Actividad 56

1 Determine una expresión, en forma factorizada, para calcular el perímetro de cada figura:

a)

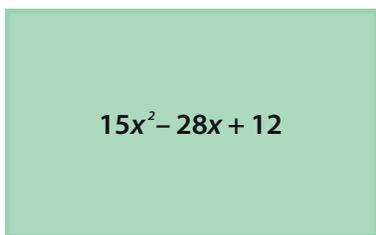


b)

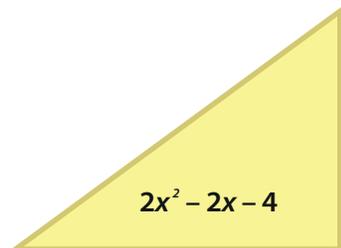


2 Halle las dimensiones de cada figura. Tenga en cuenta que el polinomio dado representa su área

a)



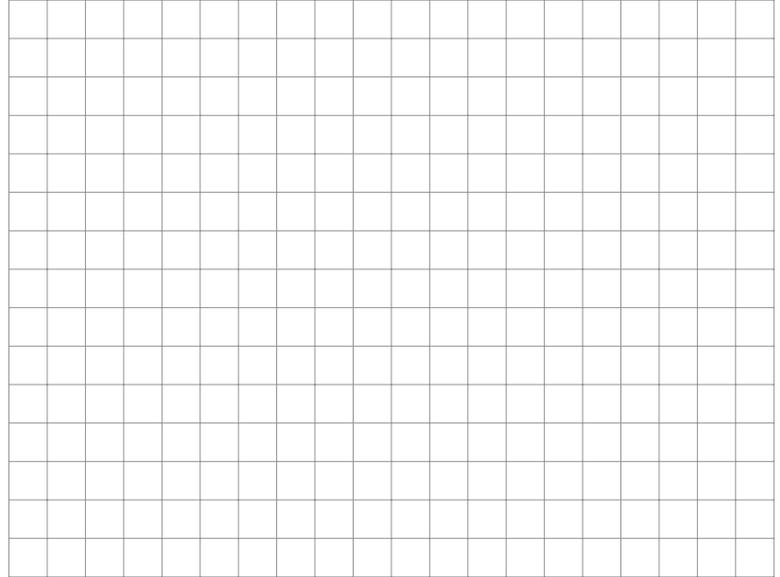
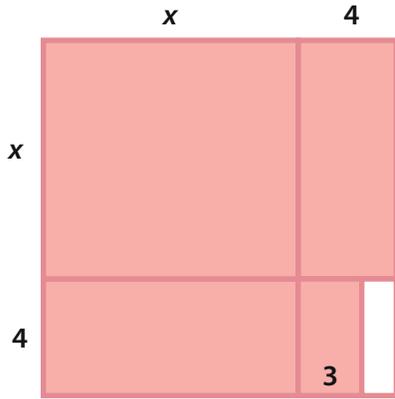
b)



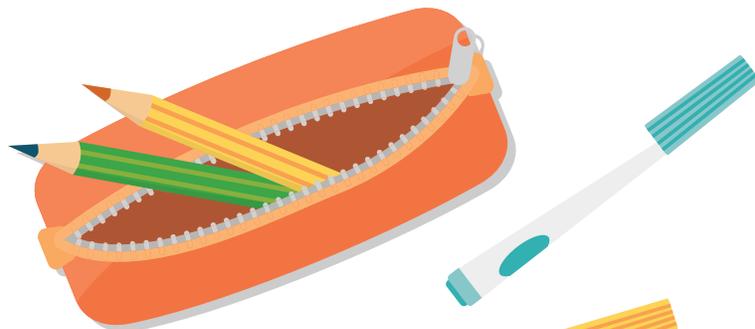
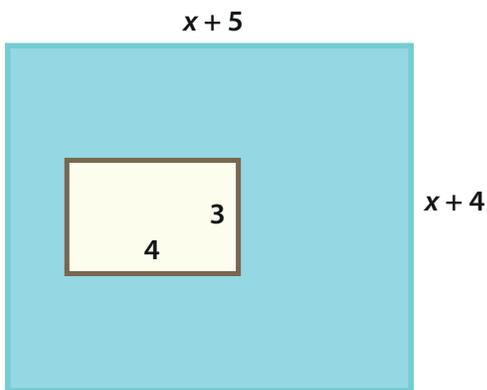
Actividad 57

Determine una expresión, en forma factorizada, para calcular el área de la región sombreada de cada figura.

1



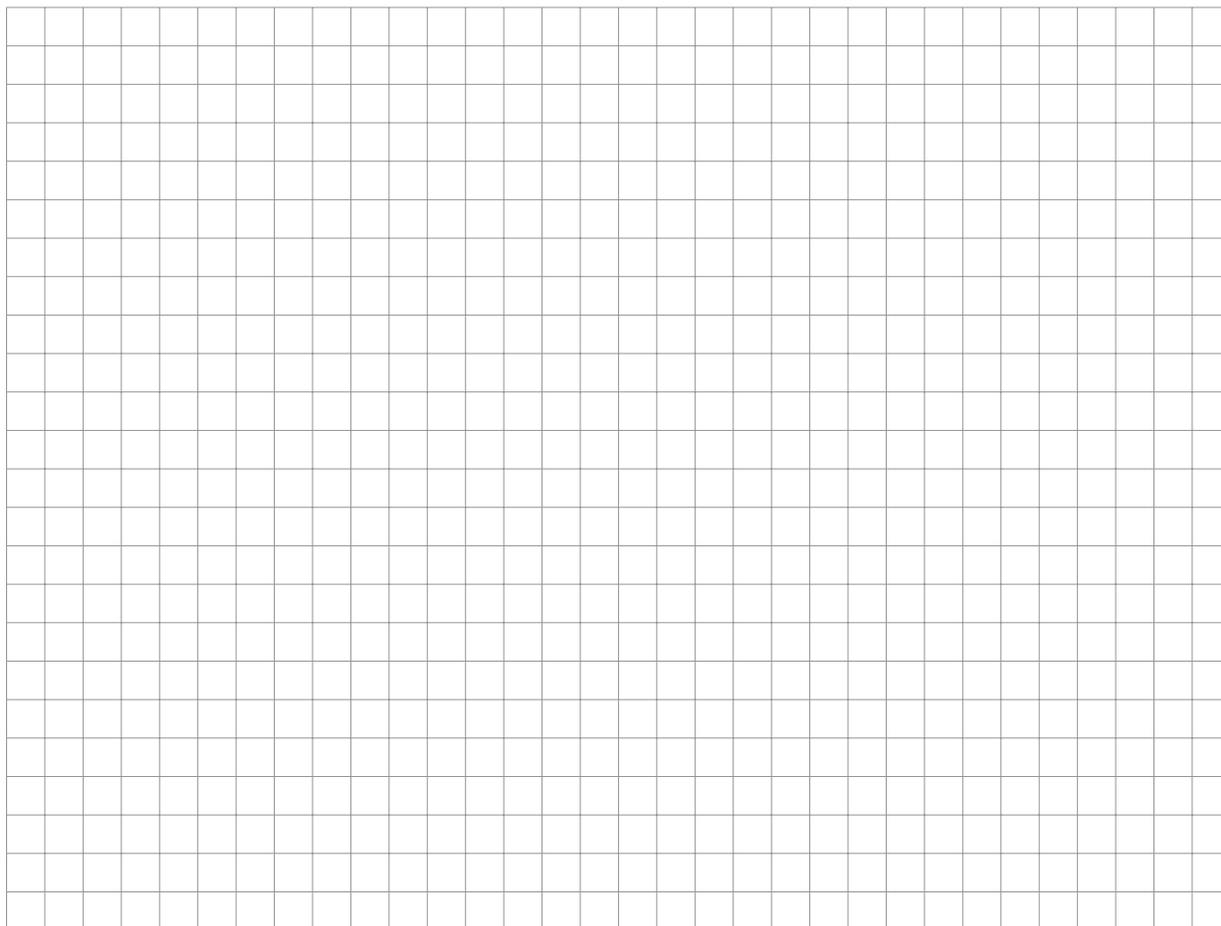
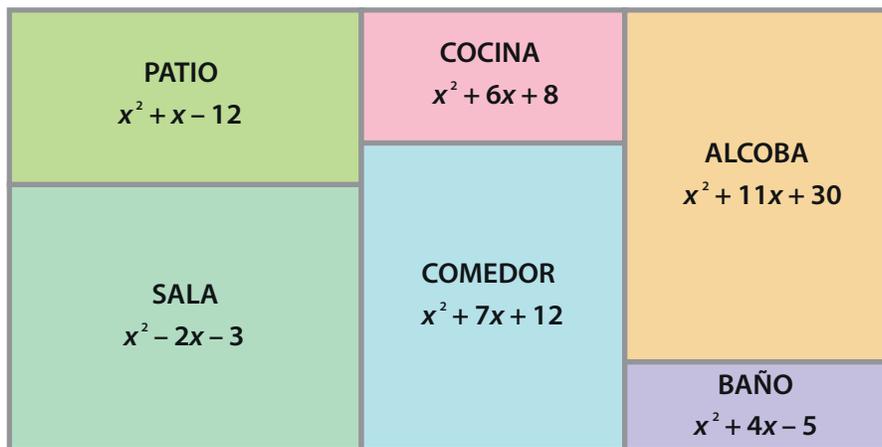
2



Clase 15

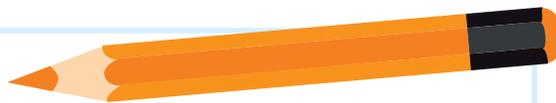
Actividad 58

- 1 El siguiente plano muestra las expresiones para las áreas de un apartamento. Determine las expresiones para las dimensiones de cada espacio.





Resumen



Factorización de trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$.

Método 1

Para factorizar trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ se puede proceder de la siguiente manera:

Primero. Se buscan dos (2) números, n y m que verifiquen simultáneamente que:

$$m + n = b \text{ y } mn = ac$$

Segundo. A los dos números se les escribe la variable que se está usando en el polinomio, elevado a la uno. La expresión algebraica ahora tiene 4 términos.

Tercero. Se agrupan los dos primeros términos y los dos últimos términos y se saca el factor común en cada uno.

Cuarto. Se saca el factor común entre los binomios dados.

Método 2

En este segundo método se convierte el trinomio $ax^2 + bx + c$ en un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$. Los pasos son los siguientes:

Primero. Se multiplica y se divide el trinomio $ax^2 + bx + c$ entre a

$$\frac{a(ax^2 + bx + c)}{a}$$

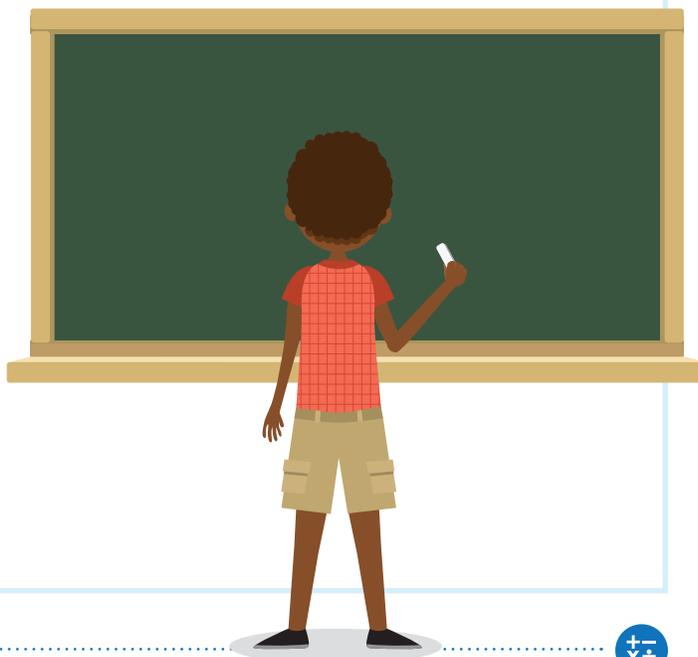
Segundo. Se elimina el paréntesis del numerador dejando indicado el resultado tal como sigue:

$$\frac{(ax)^2 + b(ax) + ac}{a}$$

Tercero. Se factoriza el trinomio del numerador así:

$$\frac{(ax + m)(ax + n)}{a} \text{ en donde: } m + n = b \text{ y } mn = ac$$

Cuarto. Se factorizan los binomios obtenidos en el numerador hasta donde sea posible y finalmente, se simplifica la última expresión obtenida.



Clase 16 Esta clase tiene video

Tema: Factorización completa

Actividad 59

1 Complete cada expresión para que sea trinomio cuadrado perfecto.

- a) $x^2 + \boxed{}x + 49 = (x + 7)(x + 7)$
- b) $a^4 - \boxed{}a^2 + 25 = (a^2 - \boxed{})(a^2 - \boxed{})$
- c) $25x^2 + \boxed{}x + 16 = (5x + \boxed{})(5x + \boxed{})$
- d) $\boxed{}x^2 + \boxed{}x + 25 = (3x + \boxed{})(3x + \boxed{})$
- e) $\boxed{}y^2 - \boxed{}y + 81 = (7y - \boxed{})(7y - \boxed{})$

2 Observe las gráficas que permiten ver cómo se completa un trinomio cuadrado perfecto.

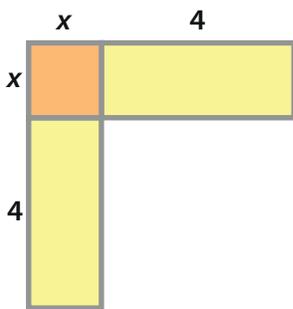


Figura 1

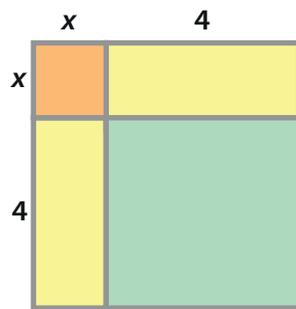


Figura 2

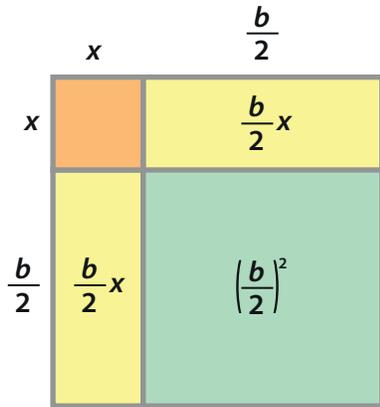
a) Escriba la expresión algebraica que representa el área de las tres partes de la Figura 1.

b) Determine la suma de las áreas de las 4 partes de la Figura 2.

c) Este procedimiento ha dado como resultado en la parte b) un trinomio cuadrado perfecto. Escriba el trinomio cuadrado perfecto como el cuadrado de un binomio.

3 Lea la siguiente información.

De manera más general, la siguiente imagen muestra cómo completar el trinomio cuadrado perfecto partiendo de la expresión $x^2 + bx$.



$$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 =$$

$$x^2 + 2\left(\frac{b}{2}\right)x + \left(\frac{b}{2}\right)^2 =$$

$$\left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$

Es como dividir el término de la mitad entre dos y luego elevarlo al cuadrado.



Ahora, complete los trinomios cuadrados perfectos en cada caso:

a) $x^2 + 10x$

b) $x^2 + 4x$

c) $x^2 - 14x$

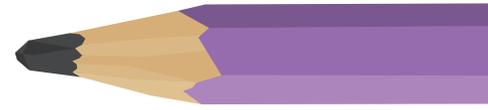
d) $y^2 - 8y$

e) $z^2 - 3z$

f) $x^2 + 7x$



Actividad 60



Siga las indicaciones dadas para factorizar cada polinomio:

1	Polinomio dado	$18a^3 - 50a$
	Factor común	
	Diferencia de cuadrados	
2	Polinomio dado	$ax + ay - 4bx - 4by$
	Asociar por parejas	
	Factor común en ambas parejas	
	Factor común polinomio	
3	Polinomio dado	$4 - a^2 + 4ab - b^2$
	Asociar un trinomio	
	Factorizar el trinomio cuadrado perfecto	
	Factorizar la diferencia de cuadrados	
4	Polinomio dado	$x^2 + 2xy + y^2 - 1$
	Asociar un trinomio	
	Factorizar el trinomio cuadrado perfecto	
	Factorizar la diferencia de cuadrados	
5	Polinomio dado	$25x^5 - 200x^2$
	Factor común	
	Diferencia de cubos	

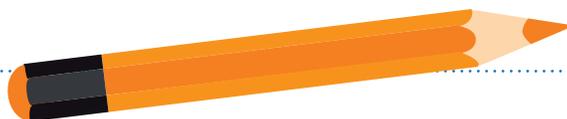


Clase 17

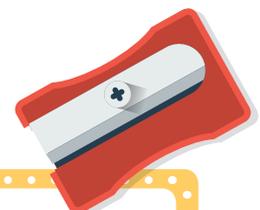
Actividad 61

Explique, en cada casilla, los pasos empleados para factorizar los polinomios dados.

1	$x^4 - 16$	Polinomio dado
	$(x^2 - 4)(x^2 + 4)$	
	$(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$	
2	$(k - 1)^4 - (k - 1)^2$	Polinomio dado
	$((k - 1)^2 + (k - 1))((k - 1)^2 - (k - 1))$	
	$(k^2 - 2k + 1 + k - 1)(k^2 - 2k + 1 - k + 1)$	
	$(k^2 - k)(k^2 - 3k + 2)$	
	$k(k - 1)(k - 1)(k - 2)$	
	$k(k - 1)^2(k - 2)$	
3	$a(b^3 + 1) + 3ab(b + 1)$	Polinomio dado
	$a(b + 1)(b^2 - b + 1) + 3ab(b + 1)$	
	$a(b + 1)(b^2 - b + 1 + 3b)$	
	$a(b + 1)(b^2 + 2b + 1)$	
	$a(b + 1)(b + 1)^2$	
	$a(b + 1)^3$	
4	$108x^3 + 4y^3$	Polinomio dado
	$4(27x^3 - y^3)$	
	$4(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)$	



Actividad 62



1 Analice cómo se factorizó completamente la expresión $3x^3y^2 - 3x^2y^2 - 18xy^2$.

$3x^3y^2 - 3x^2y^2 - 18xy^2 = 3xy^2(x^2 - 3x - 6)$	Sacando el factor común $3xy^2$
$= 3xy^2(x + 2)(x - 3)$	Factorizando el trinomio $x^2 - 3x - 6$

2 Ahora factorice completamente los siguientes polinomios. Justifique cada paso.

Pasos	Justificación
a) $9x^2 - 36xy + 36y^2 =$ $9x^2 - 36xy + 36y^2 =$ <div style="border: 1px solid gray; width: 100%; height: 100%; grid-template-columns: repeat(10, 1fr); grid-template-rows: repeat(10, 1fr);"></div>	
b) $(x - 1)^3 - (1 - x)^3 =$ $(x - 1)^3 - (1 - x)^3 =$ <div style="border: 1px solid gray; width: 100%; height: 100%; grid-template-columns: repeat(10, 1fr); grid-template-rows: repeat(10, 1fr);"></div>	
c) $x^4 - 81 =$ $x^4 - 81 =$ <div style="border: 1px solid gray; width: 100%; height: 100%; grid-template-columns: repeat(10, 1fr); grid-template-rows: repeat(10, 1fr);"></div>	



Clase 18

Actividad 63

Analice cada paso de la factorización dada y escriba la expresión que corresponde a cada espacio. Para ello, tenga en cuenta la ayuda.

$$\begin{aligned}
 1 \quad x^3 + 2x^2 + 2xy + 2y^2 - y^3 &= (\text{_____}) + 2x^2 + 2xy + 2y^2 \\
 &= (\text{_____})(x^2 + xy + y^2) + 2(\text{_____}) \\
 &= (\text{_____})(x - y + 2)
 \end{aligned}$$

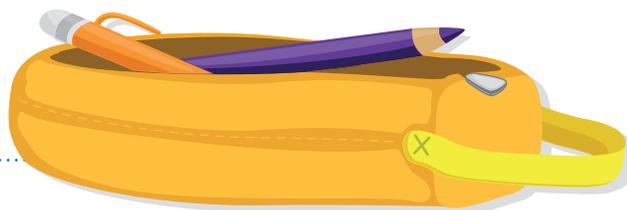
Ayuda: $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

$$\begin{aligned}
 2 \quad x^4 - 16y^4 - 4x^3y + 16xy^3 &= (x^2 + 4y^2)(\text{_____}) - 4xy(\text{_____}) \\
 &= (x^2 - 4y^2)(\text{_____}) \\
 &= (x + 2y)(\text{_____})(x - 2y)^2 \\
 &= (\text{_____})(x - 2y)^3
 \end{aligned}$$

Ayuda: $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$
 $(x^2 - 2xy + y^2) = (x - y)^2$

$$\begin{aligned}
 3 \quad x^2 - 10x + 25 + ax^2 - 25a &= (\text{_____})^2 + a(x^2 - 25) \\
 &= (x - 5)^2 + a(\text{_____})(x - 5) \\
 &= (\text{_____})[x - 5 + a(x + 5)] \\
 &= (x - 5)(\text{_____})
 \end{aligned}$$

Ayuda: $ax - ay = a(x - y)$



Actividad 64

- 1 Si a una lámina cuadrada de lado $b + 3$ se le hacen 4 huecos cuadrados de lado a , (ver figura 1), determine la expresión algebraica que determina el área de la superficie resultante y luego factorícela.

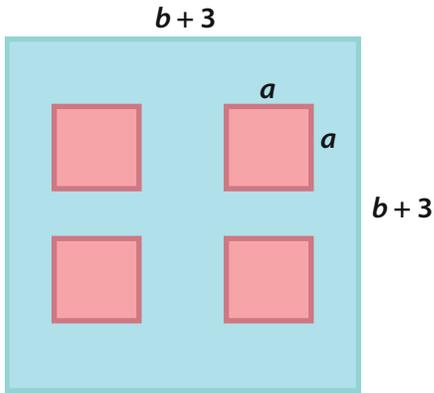
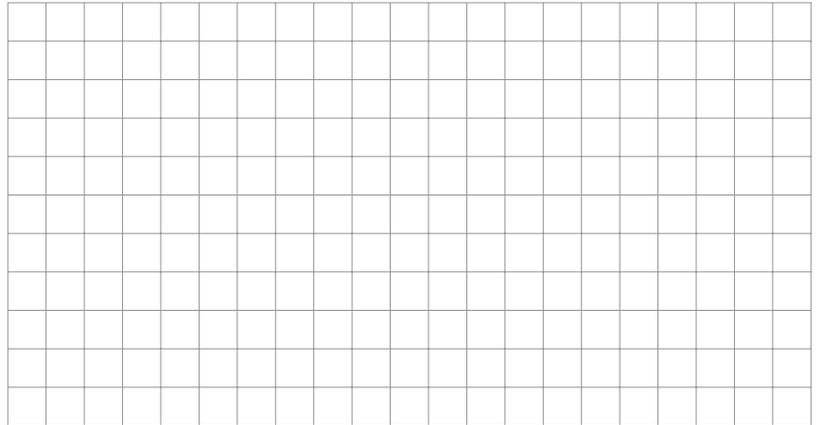


Figura 1



- 2 Factorice las siguientes expresiones algebraicas:

a) $(x + 4)^2 - 49$



b) $x^2 - (y + 2)^2$



c) $(x - 1)^2 - (y - 1)^2$



d) $2y^4 - 50y^2$



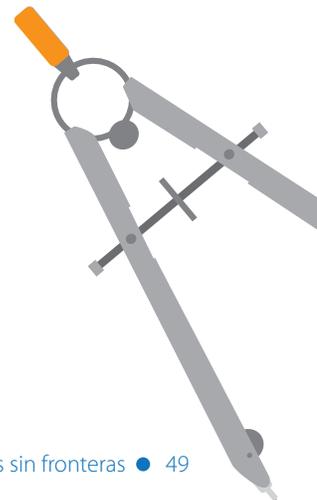
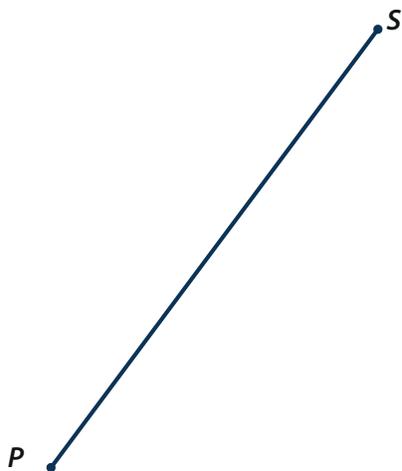
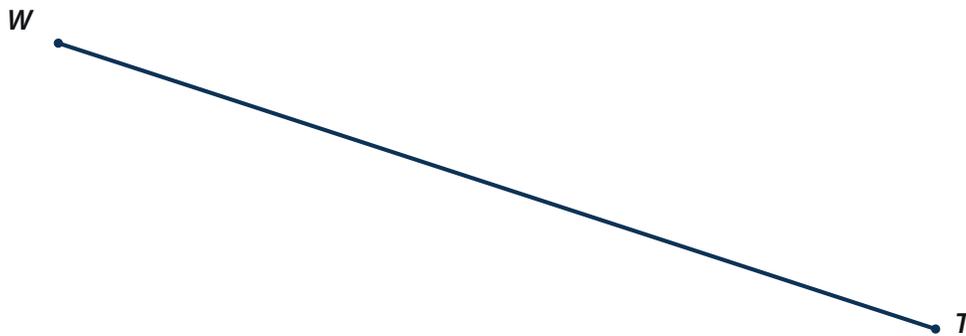
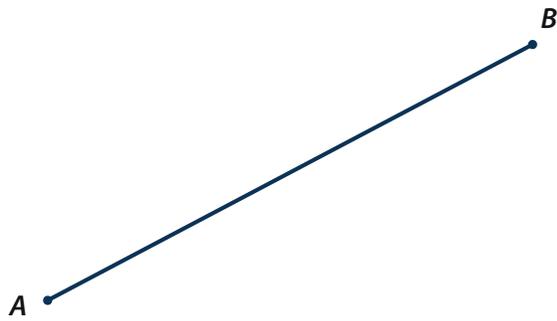
Clase 19 Esta clase tiene video

Tema: Líneas y puntos notable en un triángulo. Mediatrices

Actividad 66

1 Determine el punto medio de cada uno de los siguientes segmentos.

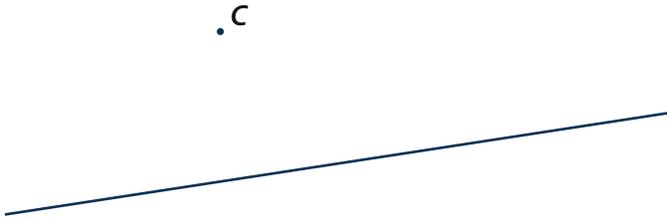
Utilice el compás para hacer la construcción



Actividad 67

Trace una recta perpendicular a cada línea recta dada. Utilice el compás para la construcción.

1 Perpendicular que pase por el punto C.



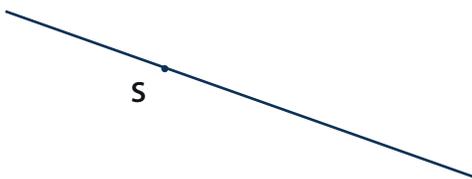
En estos casos, el punto es exterior a la recta.



2 Perpendicular que pase por el punto H.



3 Perpendicular que pase por el punto S.



¿Cambia el proceso de construcción si el punto está sobre la recta?



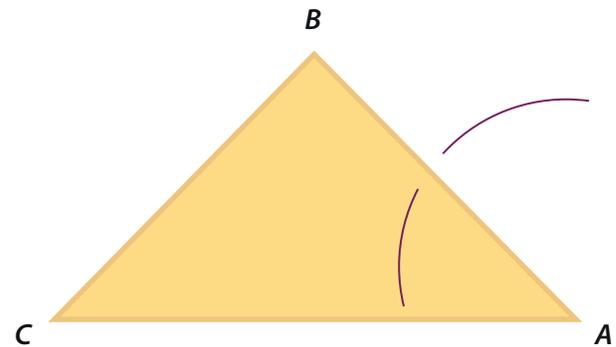
Actividad 68

Observe el proceso para trazar las mediatrices en el triángulo ABC.

La mediatriz de un segmento es una recta perpendicular que pasa por su punto medio.

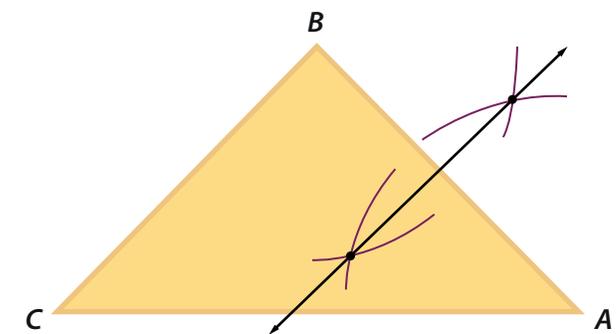
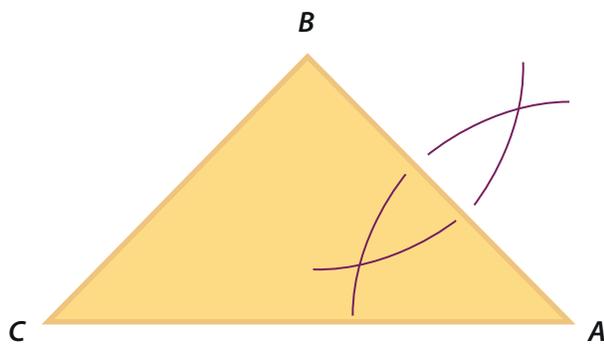


Primero. Con el compás, y haciendo centro en el vértice A, se traza un arco como se muestra en la imagen.



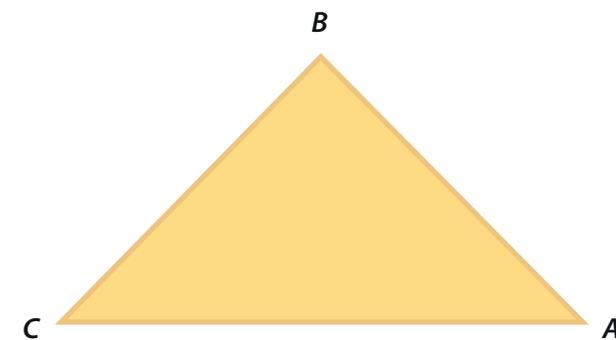
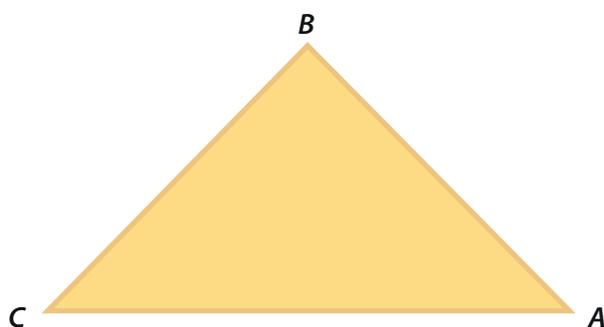
Segundo. Con la misma abertura que se usó en el paso anterior y haciendo centro en el vértice B, se traza un arco que corte al arco anterior. Este arco genera dos puntos.

Tercero. Se traza una recta que pase por los dos puntos que se generaron en el paso anterior.



Cuarto. Se hace el procedimiento sobre el segmento BC. Realice esta construcción.

Quinto. Se hace el procedimiento sobre el segmento CA. Realice esta construcción.

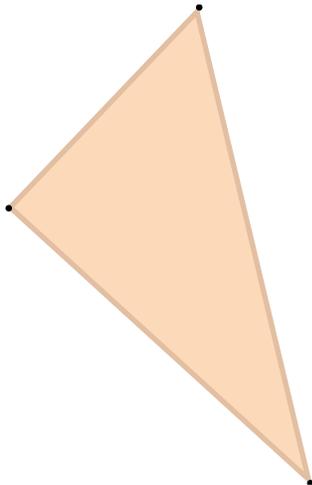


Clase 20

Actividad 69

Trace las tres mediatrices en cada uno de los siguientes triángulos.

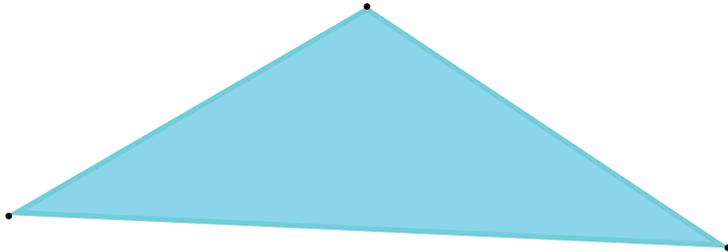
1



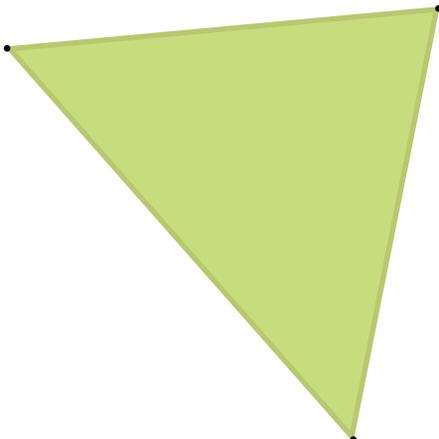
Escriba la **clasificación** según la medida de los ángulos y la medida de los lados en cada triángulo.



2



3

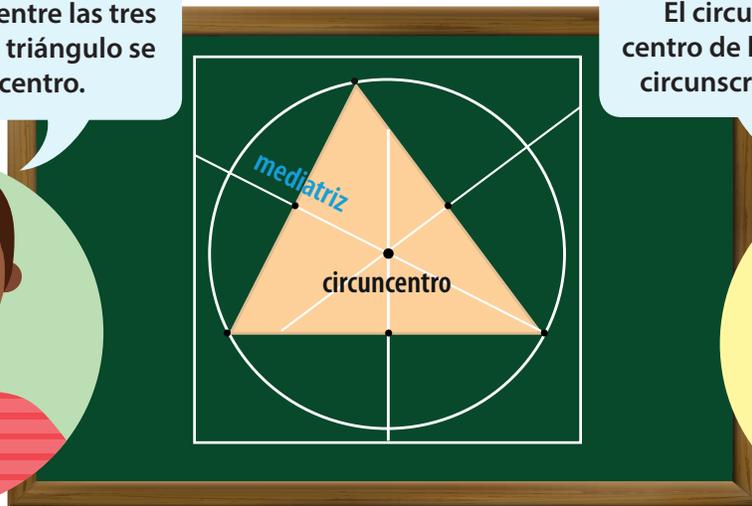


Actividad 70

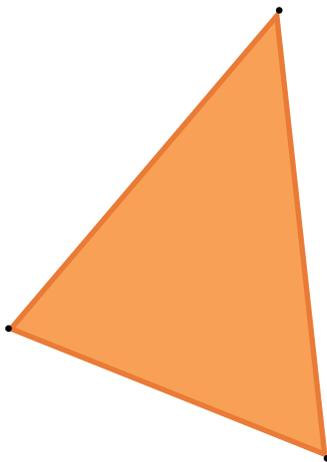
Encuentre el circuncentro en cada uno de los siguientes triángulos y trace la circunferencia circunscrita.

El punto de corte entre las tres mediatrices de un triángulo se llama circuncentro.

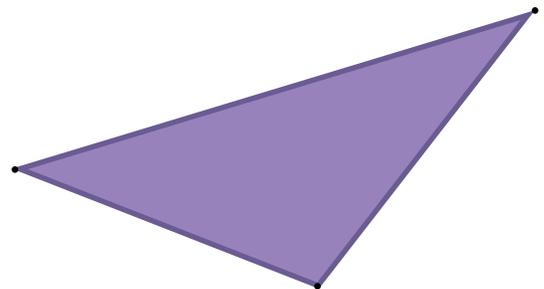
El circuncentro es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo



1



2



3 Responda las siguiente preguntas:

a) ¿Qué diferencia hay entre el circuncentro de un triángulo acutángulo y el circuncentro de un triángulo obtusángulo?

b) ¿Qué diferencia hay entre el circuncentro de un triángulo acutángulo y el circuncentro de un triángulo rectángulo?

c) ¿Qué diferencia hay entre el circuncentro de un triángulo rectángulo y el circuncentro de un triángulo obtusángulo?

