



Institucion Educativa
JUAN PABLO I
La Llanada Nariño.

Matemáticas.

GRADO 9°
MODULO EDUCATIVO 1

Aulas sin fronteras

Aulas
sin fronteras

Los contenidos educativos de Aulas sin Fronteras buscan apoyar a los docentes mediante la producción de planes completos en secuencias didácticas acompañadas por video clips y recursos impresos para estudiantes.



ALCALDÍA MUNICIPAL
LA LLANADA
NIT: 800.149.094-0
Comprometidos con la comunidad

MUNICIPIO LA LLANADA



**Colombia
aprende**
La red del conocimiento



El futuro
es de todos

Gobierno
de Colombia



**Gobernación
de Nariño**
¡EN DEFENSA DE LO NUESTRO!



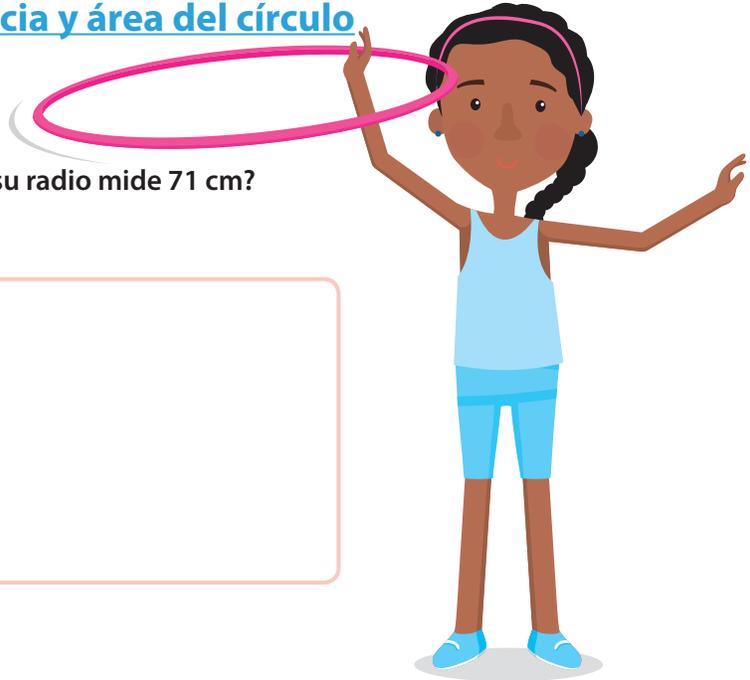
Guía del estudiante

Clase 36

Tema: Longitud de la circunferencia y área del círculo

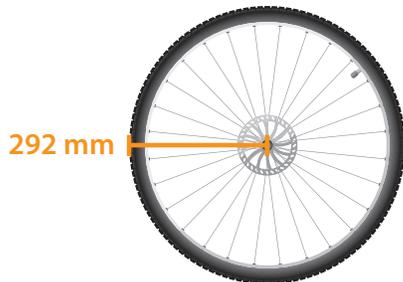
Actividad 1

¿Cuánto mide el diámetro de una *hula hula* si su radio mide 71 cm?
Utilice el espacio para hacer el proceso.



Actividad 2

Calcule la longitud de cada llanta de bicicleta. Exprese la respuesta en cm. Utilice el espacio para hacer el proceso.



Guía del estudiante

Actividad 3

Observe las siguientes acomodaciones de las bolas de billar y conteste las siguientes preguntas:



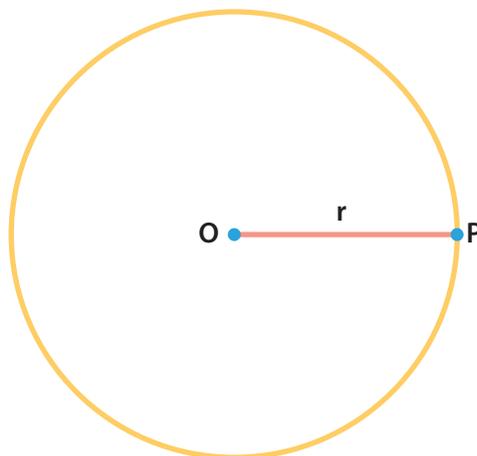
1. ¿Qué longitudes tienen los lados del triángulo? Utilice el espacio para hacer el proceso.

2. ¿Qué nombre recibe este triángulo? _____

Resumen

Circunferencia – Longitud de la circunferencia

Una circunferencia es un conjunto de puntos cuya distancia a un punto fijo llamado **centro** es siempre la misma, a esta distancia la llamaremos **radio**.



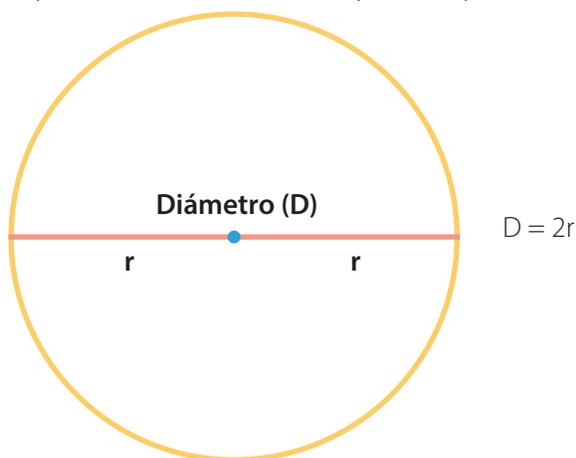
Centro: O

Radio $OP = r$

Un punto de la circunferencia: P

Diámetro de la circunferencia

Es un segmento que une dos puntos de la circunferencia pasando por el centro.



El **diámetro** de una circunferencia es igual a **dos veces su radio**.

Numero π

Es la razón entre la longitud de una circunferencia y su diámetro. En cualquier circunferencia, este resultado siempre será el mismo, y es un valor aproximadamente de 3,14. Este número se representa por la letra griega π que se lee Pi.

$$\pi = \frac{\text{longitud de la circunferencia}}{\text{diámetro}}$$

$$\pi = 3,141592653589793\dots$$

Longitud de la circunferencia

Si llamamos L a la longitud de la circunferencia y D a su diámetro, de la relación anterior se concluye:

$$\begin{aligned} \text{Longitud de la circunferencia} &= (\pi)(\text{Diámetro}) \\ L &= \pi \cdot D \end{aligned}$$

Como $D = 2 \cdot r$

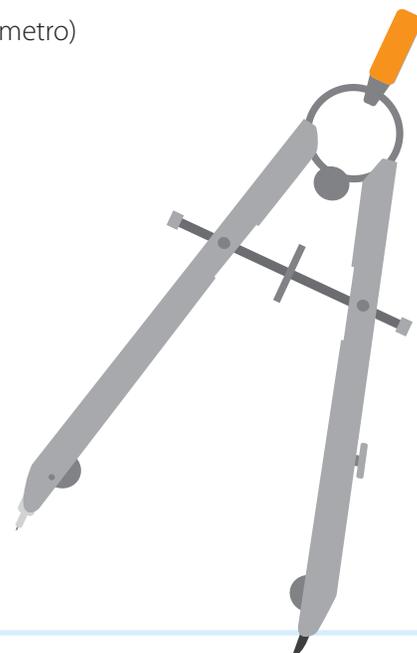
entonces $L = 2 \cdot \pi \cdot r$

Ejemplo:

La longitud de la circunferencia de radio $r = 5$ cm es:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot 5 \text{ cm} = 10 \cdot \pi \text{ cm}$$

Si tomamos $\pi = 3,14$ $L = 10 \cdot (3,14) \text{ cm} = 31,4 \text{ cm}$.





Guía del estudiante

Grado Séptimo • Bimestre II • Semana 8 • Número de clases 36 - 40

Nombre ▶ _____

Colegio ▶ _____ Fecha ▶ _____

Clase 36

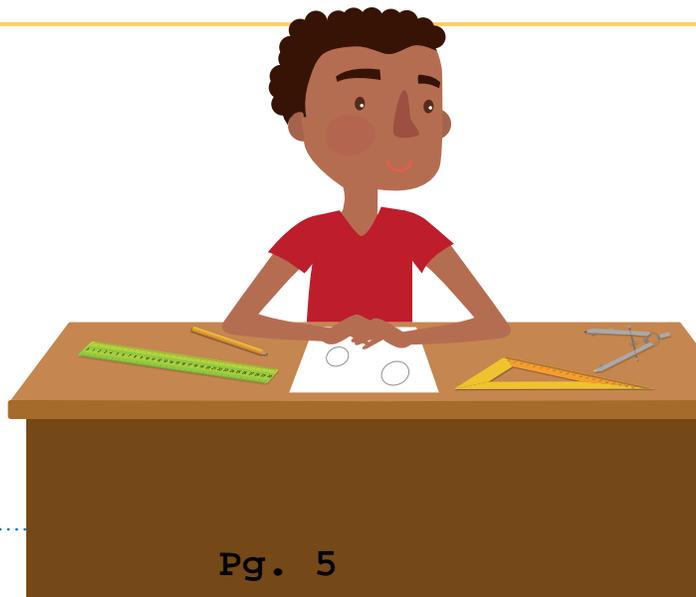
Actividad 4 - Tarea

Encuentre la longitud de cada circunferencia sabiendo que:

1. Su diámetro mide 20 m.

2. Su radio mide 5 m.

3. Su radio mide 2,5 cm.



Clase 37

Actividad 5

Un ciclista entrena en un pista circular cuyo radio es 50 m. Si diariamente debe recorrer 15,7 Km, ¿cuántas vueltas debe dar a la pista? Utilice el espacio para hacer el proceso.



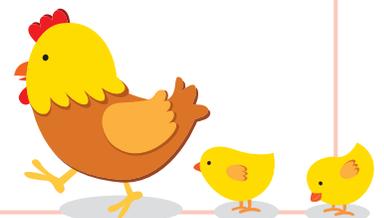
Actividad 6

La rueda de una camioneta tiene 120 cm de diámetro. ¿Cuántos metros habrá recorrido la camioneta después de que la rueda haya dado 200 vueltas? Utilice el espacio para hacer el proceso.



Actividad 7

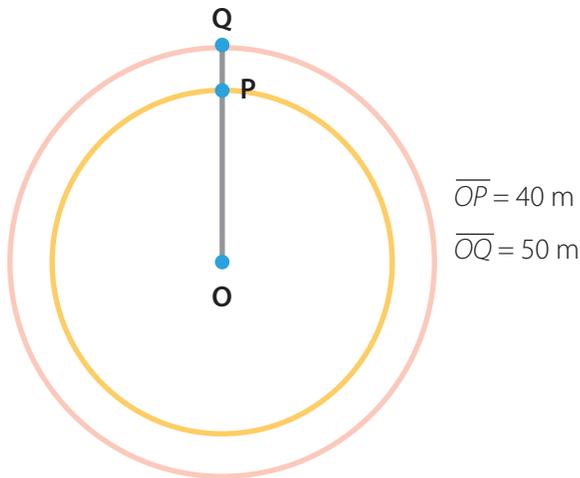
En una finca, el corral para las gallinas tiene forma circular y ha sido cercado con 5 cuerdas de alambre. ¿Cuántos metros de alambre se utilizaron en la cerca si el diámetro del corral es de 30 metros? Utilice el espacio para hacer el proceso.



Guía del estudiante

Actividad 8

Manuel y Sebastián son dos atletas que recorren la siguiente pista:

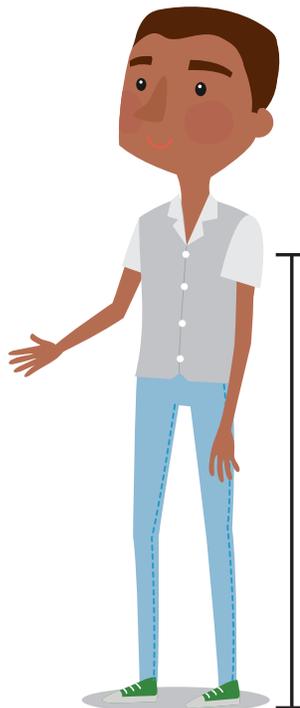


Manuel parte del punto Q siguiendo la circunferencia exterior cuyo radio es 50 m y Sebastián parte del punto P siguiendo la circunferencia interior cuyo radio es 40 m. ¿Cuántos metros más recorre Manuel con relación a Sebastián si cada uno da 5 vueltas? Utilice el espacio para hacer el proceso.

Actividad 9 - Tarea

Desafío matemático

Para determinar la longitud exacta del tubo que se requiere para hacer un *hula hula* debe pararse derecho y medir la distancia desde sus pies hasta su pecho. Esta medida es el diámetro del aro ideal para usted. Luego, necesita calcular la longitud de la circunferencia para saber la cantidad de tubo que necesita. ¿Cuántos centímetros de tubo debería comprar para hacer un *hula hula* para usted?

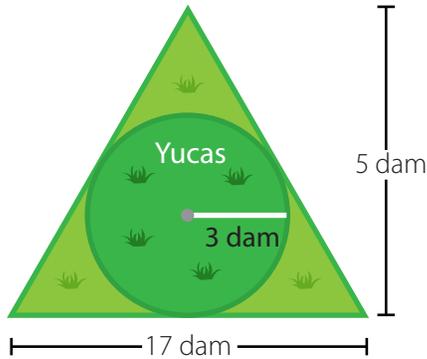


Clase 38

Tema: Área del círculo

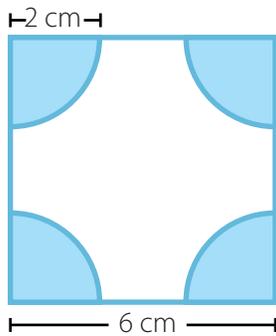
Actividad 10

En una parcela de forma triangular se va a sembrar yuca. Calcule el área del terreno que quedó sin sembrar. Utilice el espacio para hacer el proceso.

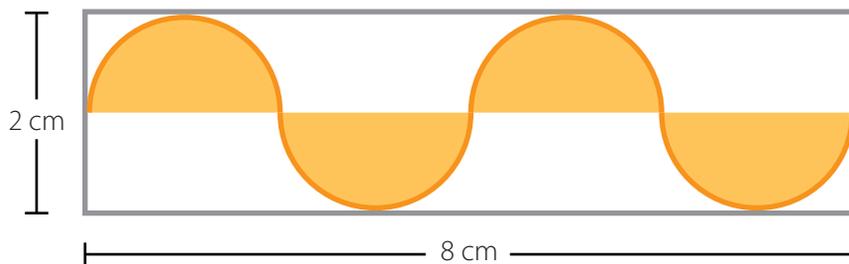


Actividad 11

Calcule el área no sombreada de las siguientes figuras. Utilice el espacio para hacer el proceso.



1.

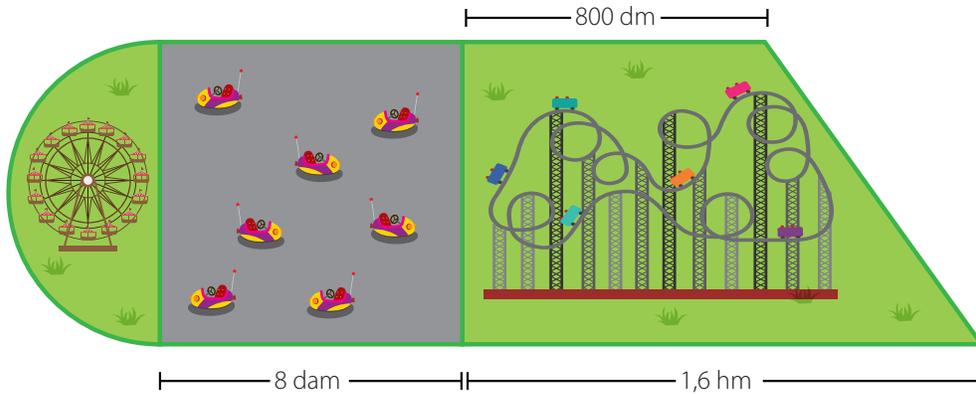


2.

Guía del estudiante

Actividad 12

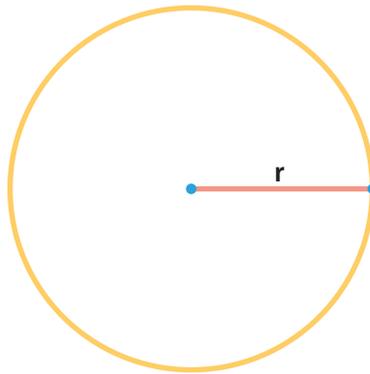
Calcule el área total del siguiente parque de diversiones en metros cuadrados. Utilice el espacio para hacer el proceso.



Resumen

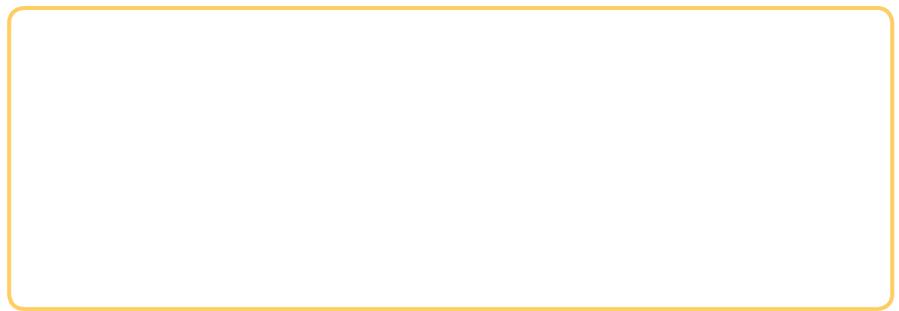
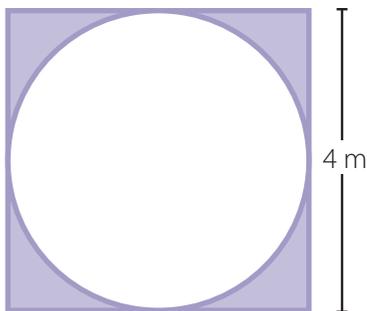
Área del círculo

$$\text{Área del círculo} = \pi \times r^2$$



Actividad 13 - Tarea

Calcule el área de la parte sombreada de la figura que aparece a continuación si el lado del cuadrado mide 4 m. Utilice el espacio para hacer el proceso.



Guía del estudiante

Clase 39

Actividad 14

La longitud de una circunferencia es 62,8 cm. ¿Cuál es el área del círculo? Utilice el espacio para hacer el proceso.

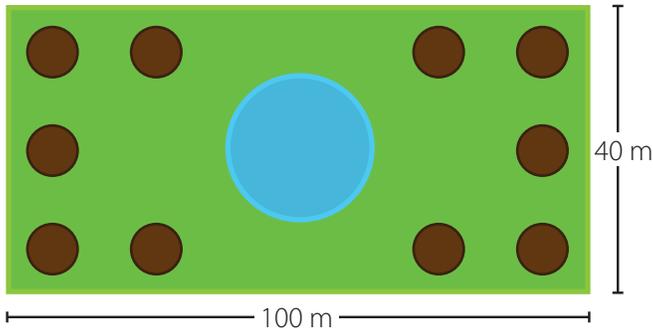
Actividad 15

La tapa de una mesa está formada por una parte central rectangular de 3 m de largo por 2 m de ancho y dos partes semicirculares que están unidas en los lados opuestos de menor longitud. Calcule el área de la superficie de la mesa. Utilice el espacio para hacer el proceso.



 **Actividad 16**

Un parque tiene la forma que aparece en la siguiente gráfica.



En el centro hay un lago circular de 18 m de diámetro y en cada uno de los círculos pequeños de 40 dm de radio hay un árbol. El resto del parque corresponde a la zona verde que pueden disfrutar los visitantes. ¿Qué área del parque es zona verde? Utilice el espacio para hacer el proceso.



Guía del estudiante

Actividad 17

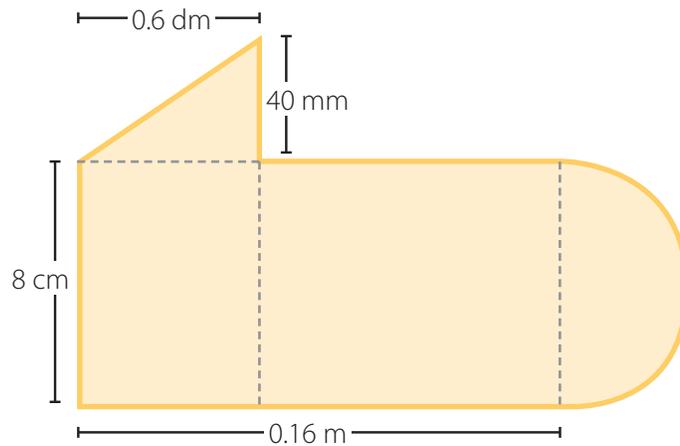
En el centro de un parque infantil de forma circular de 40 m de radio hay un monumento cuadrangular cuyo perímetro mide 6 m. Calcule el área de la zona dedicada a la recreación de los niños. Utilice el espacio para hacer el proceso.



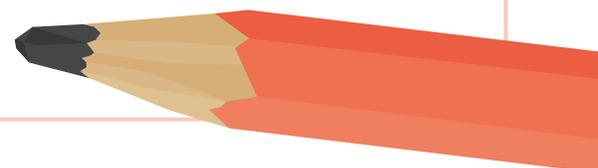
Clase 40

Actividad 18

Encuentre el área de la siguiente figura. Exprese el resultado en cm^2 . Utilice el espacio para hacer el proceso.



Empty space for the student to show their work.



 Actividad 19

Desafío matemático

Si el radio de una circunferencia se duplica entonces la longitud de la circunferencia se duplica y si el radio se triplica la longitud de la circunferencia también se triplica. ¿Qué pasa con el área del círculo si el radio se duplica, se triplica,...etc?



Semana 4 • Bimestre I • Número de clases 16 – 20

Clase 16

Tema: La potenciación y la radicación en el conjunto de los números reales

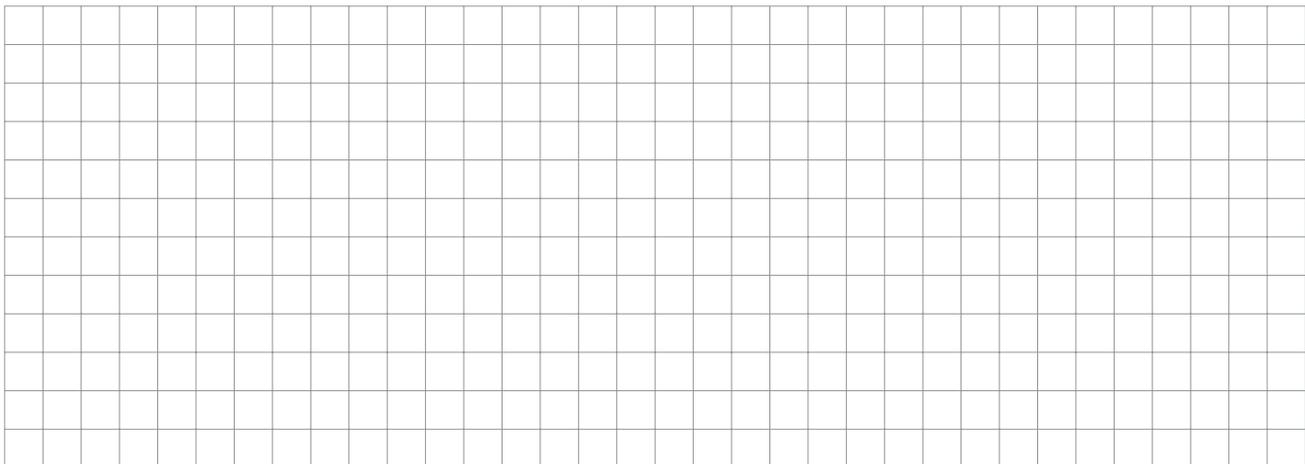
Actividad 1

Complete la siguiente tabla:

| Lado (cm) | Área de un cuadrado | Volumen de un cubo |
|----------------|---------------------|--------------------|
| $\frac{30}{6}$ | | |
| 3,1 | | |
| 4,50 | | |
| 1,98 | | |
| $\frac{4}{6}$ | | |

Recuerde que:

$$V_{\square} = (\text{lado})^3$$



Actividad 2

En cada caso, calcule la potencia indicada.

1 $5^5 =$ _____

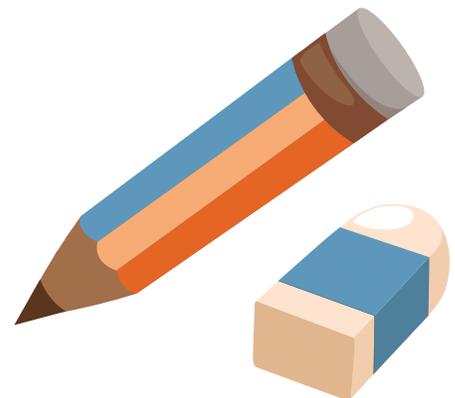
4 $(-2,3)^2 =$ _____

2 $2^1 =$ _____

5 $\left(-\frac{3}{4}\right)^4 =$ _____

3 $\left(\frac{5}{7}\right)^0 =$ _____

6 $(\sqrt{237})^2 =$ _____



Actividad 3

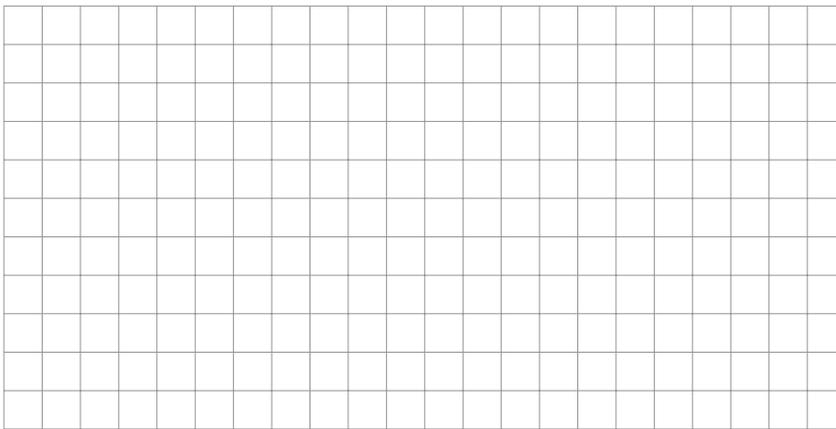
Complete la tabla según corresponda.

| Base | Exponente | Potencia | Potenciación | Radicación |
|------|-----------|----------|--------------|---------------------|
| 2,5 | 3 | | | |
| | | | $2^4 =$ | |
| | | | | $\sqrt{36} = \pm 6$ |
| 0,3 | | 0,09 | | |

Actividad 4

Solucione las siguientes situaciones:

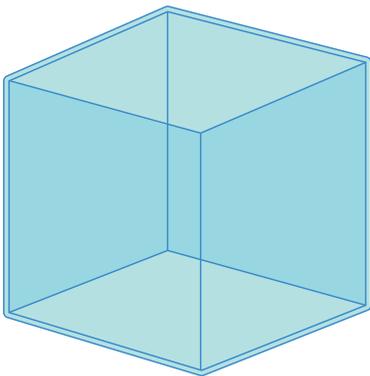
- 1 Si el área de un terreno cuadrado es 625 m^2 , ¿cuánto mide su perímetro?



Dibuje el terreno y analice la situación.



- 2 Un tanque contiene 125 cm^3 de agua. Si el agua es transvasada a un cubo en el que cabe de manera exacta, ¿cuánto mide el lado del cubo?



Actividad 7

Complete la siguiente tabla e indique a cuál de los conjuntos numéricos pertenece cada raíz. Tenga en cuenta el ejemplo.

| x | x^2 | \sqrt{x} | Conjunto numérico |
|-----|------------|----------------|-------------------|
| 4 | $4^2 = 16$ | $\sqrt{4} = 2$ | Números naturales |
| 7 | | | |
| 9 | | | |
| 10 | | | |
| 15 | | | |

Actividad 8

Escriba cada expresión usando números. Luego, haga el cálculo correspondiente.

1 **Siete al cuadrado**

↓

4 **Raíz cúbica de veintisiete**

↓

2 **Cuatro al cubo**

↓

5 **Raíz cuadrada de dieciséis**

↓

3 **Dos a la cinco**

↓

6 **Raíz cuarta de ocho a la cuatro**

↓



Actividad 9

1 Observe el ejemplo para calcular la raíz cuadrada usando la descomposición en factores primos.

¿Cómo calcular $\sqrt{625}$?



| | | | |
|---|---|---|---|
| 6 | 2 | 5 | 5 |
| 1 | 2 | 5 | 5 |
| | 2 | 5 | 5 |
| | | 5 | 5 |
| | | | 1 |

En conclusión $\sqrt{625} = 25$

Se descompone el número y se hacen dos grupos de factores. En este caso cada grupo tiene a 5×5 .



2 Calcule las raíces dadas.

a) $\sqrt{144}$

b) $\sqrt{100}$

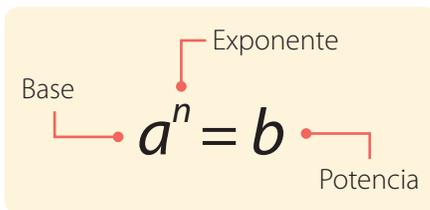
c) $\sqrt{225}$

d) $\sqrt{1444}$



Resumen

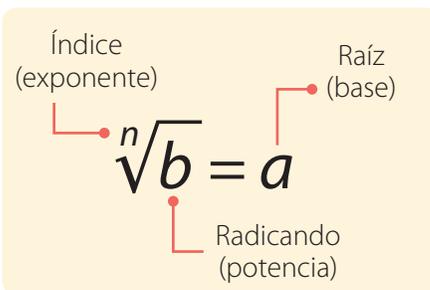
Elementos de las potencias y las raíces



Base: es el factor que se repite.

Exponente: indica el número de veces que se repite la base.

Potencia: es el producto que resulta de multiplicar la base por sí misma.



Radicando: es el número al que se le calcula su raíz.

Índice: es el números que indica la raíz que se extrae; cuando el índice es 2 no es necesario escribirlo.

Potencia: es el resultado de efectuar la operación.

Propiedades de la potenciación

Para a, b, m, n en los números reales se cumplen las siguientes propiedades.

- | | |
|--|--|
| 1. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ | 5. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ |
| 2. $a^n \div a^m = a^{n-m}; a \neq 0$ | 6. Para $a \neq 0, a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ |
| 3. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ | 7. $a^0 = 1; a \neq 0$ |
| 4. $a^n \div b^n = (a \div b)^n; b \neq 0$ | 8. $1^n = 1$ |

Propiedades de la radicación

Para a, b, m, n en los números reales se cumplen las siguientes propiedades.

1. $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$
2. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
3. $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
4. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \times m]{a}$



Semana 3 • Bimestre I • Número de clases 11 – 15

Clase 11

Tema: Los números reales

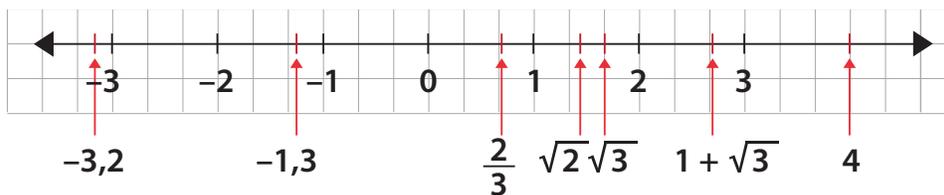
Actividad 1

Escriba verdadero (V) o falso (F) según las afirmaciones sean verdaderas o falsas. Justifique su respuesta si respondió falsa.

- El opuesto de un número real es siempre un número real negativo. _____
- Los números reales negativos son menores que 0. _____
- $\sqrt{4}$ es un número irracional. _____
- $\sqrt{5}$ en la recta real está ubicado entre 2 y 3. _____
- $-4 + \sqrt{2}$ en la recta numérica está entre -3 y -2 . _____

Actividad 2

1 Observe los números que se han ubicado en la recta numérica:



Si un número (a) está a la izquierda de otro (b) en la recta real, es porque (a) es menor que (b).



2 Escriba en cada caso los signos $<$ (menor que) o $>$ (mayor que) según corresponda.

- a) $1 + \sqrt{3}$ 3
- b) $\sqrt{3}$ $\sqrt{2}$
- c) $-1,3$ $-3,2$
- d) $\frac{2}{3}$ $\sqrt{2}$

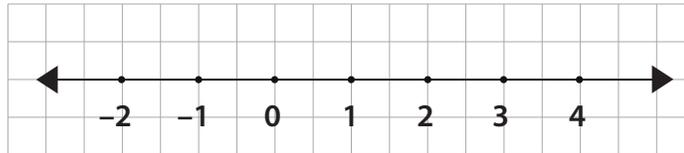


Clase 12

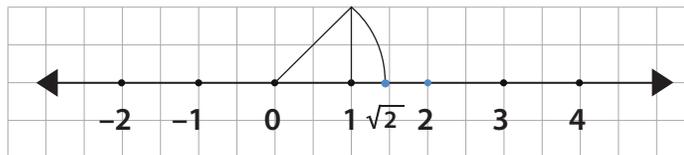
Actividad 5

Lea cuidadosamente el ejemplo dado, en el que se muestra paso a paso, el proceso para ubicar el número real $\sqrt{2} + 2$ en la recta numérica.

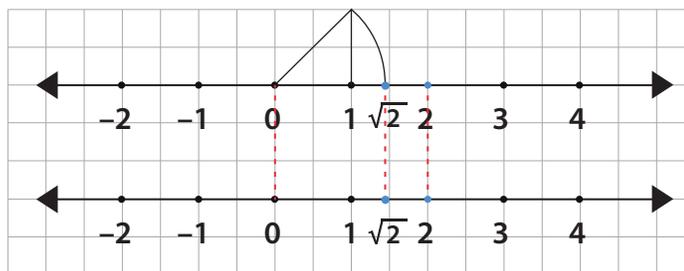
- 1 Trace una recta numérica como la siguiente:



- 2 Sobre la misma recta, represente los números reales $\sqrt{2}$ y 2. La gráfica ahora se verá así:



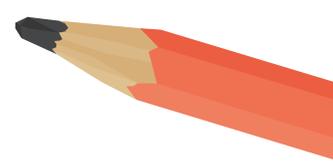
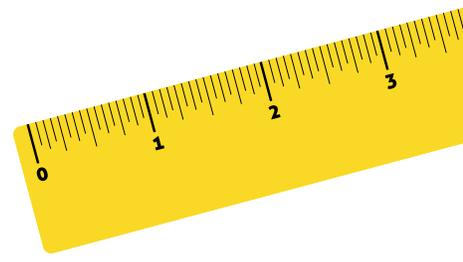
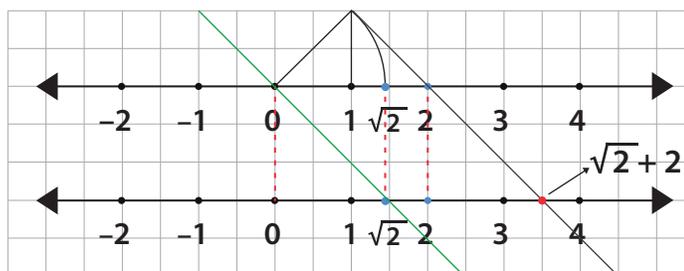
- 3 Trace una segunda recta numérica como se muestra a continuación (observe la correspondencia entre los puntos de las dos rectas).



- 4 Ahora trace una recta que pase por 0 (en la primera recta) y $\sqrt{2}$ (en la segunda recta). Luego, trace una paralela a esta recta que pase por 2 en la primera recta, la cual cortará a la segunda recta en el punto $\sqrt{2} + 2$.

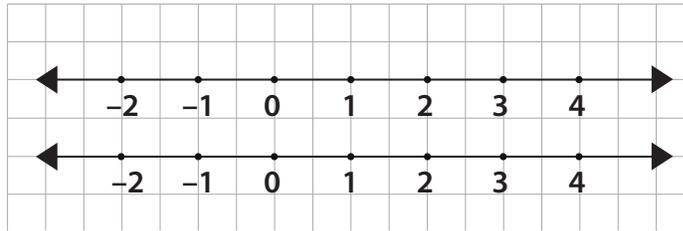
Con lo cual hemos terminado la representación geométrica del número real $\sqrt{2} + 2$.

Finalmente, la grafica quedará así:



Actividad 6

Siguiendo el procedimiento anterior y recordando cómo se representa geoméricamente el número irracional $\sqrt{5}$, haga la construcción (utilizando escuadras y compás) del número $2 + \sqrt{5}$.



Actividad 7

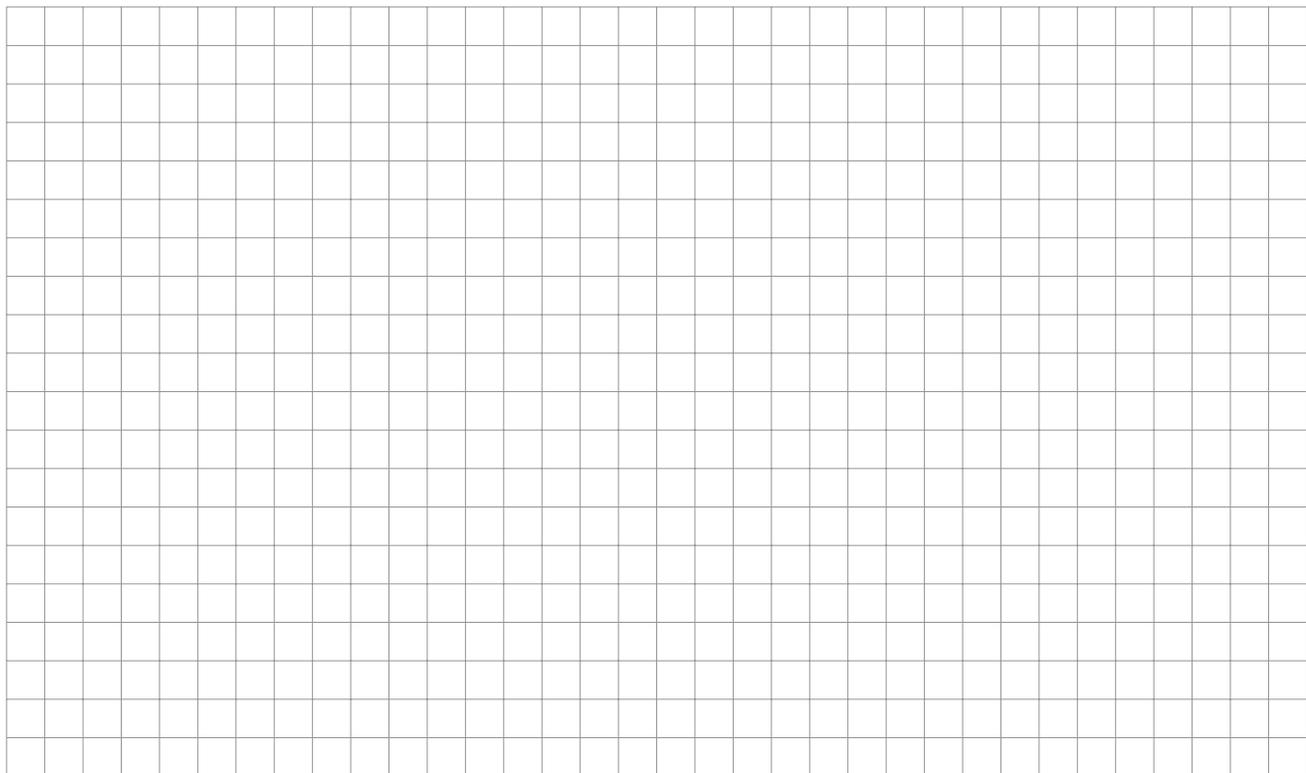
Ubique en la recta real los siguientes números de manera aproximada. Sugerencia: exprese cada raíz cuadrada en forma aproximada como un número decimal finito, con una sola cifra decimal.

- 1 $1 + \sqrt{2}$
- 2 $\sqrt{3} - 2$



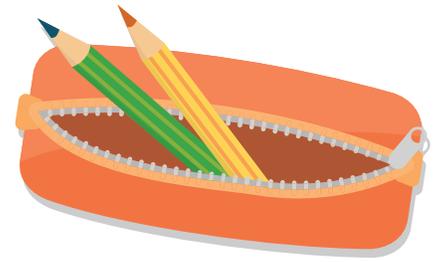
$\sqrt{2} \approx 1,4$

$\sqrt{3} \approx 1,7$



Clase 13

Actividad 8



Escriba el número real que resulta al resolver cada adición.

1 $3 + \sqrt{5} + 3 =$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

2 $1,5 + (-4) + \sqrt{2} + (-3,5) =$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

3 $3,5 + \sqrt{3} + (-3,5) =$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

4 $11 + \pi + (-9) =$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Actividad 9

Efectúe las operaciones indicadas.

1 $1 - 0,3 =$ _____

2 $-7 + 0,2 =$ _____

3 $0,2 + 0,5 =$ _____

4 $\frac{3}{4} - 1,3 =$ _____

Actividad 10

Aplicar la propiedad dada en cada caso.

Asociativa

1 $2 + (3 + \sqrt{5}) =$ _____

3 $3,9 + (-3,9 + 4) =$

Conmutativa

2 $2,7 + 8 =$ _____

4 $3,127 + 7 =$ _____

Recuerde la propiedad asociativa de la multiplicación.
 $a(b c) = (a b) c$



Actividad 11

Efectuar los siguientes productos:

1 $\left(\frac{-3}{2}\right)\left(\frac{7}{6}\right) =$ _____

2 $(3,1)(0,25) =$ _____

3 $2\left(\frac{-1}{3}\right)\left(\frac{6}{7}\right) =$ _____

4 $(0,25)(0,2) =$ _____

5 $(0,75)(0,1)\left(\frac{4}{3}\right) =$ _____

Actividad 12 – Tarea

Desarrolle, en su cuaderno, las operaciones indicadas:

1 $(3 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{3}) =$

2 $0,3(0,2 + 0,8) =$

3 $(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1) =$

4 $(1 - \sqrt{2})\sqrt{3} =$

Recuerde que debe usar la propiedad distributiva.
 $a(b + c) = a b + a c$



Actividad 13 – Tarea

Simplifique, en su cuaderno, las expresiones dadas:

1 $(18\sqrt{3} \div 3\sqrt{3}) + (\sqrt{5} \div 2\sqrt{5}) =$

2 $-2\sqrt{3} - 18 + 7\sqrt{3} + 19 =$

3 $(0,75 \div 0,25) + (-0,4)(0,8) =$

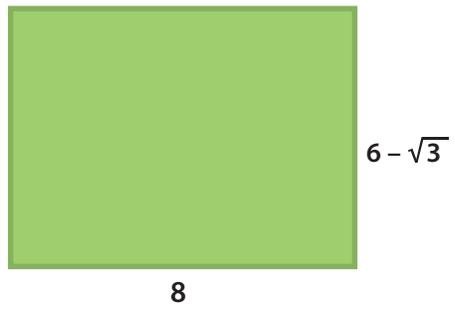
El producto de dos raíces con el mismo índice se puede escribir como una sola raíz.
 Por ejemplo
 $\sqrt{2} \sqrt{7} = \sqrt{14}$



Clase 14

Actividad 14

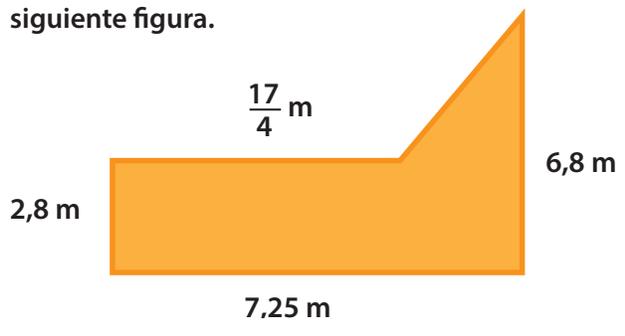
Encuentre el área y el perímetro del rectángulo de la figura.



| Área | Perímetro |
|------|-----------|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

Actividad 15

La terraza del apartamento de un edificio tiene la forma y las dimensiones que se muestran en la siguiente figura.



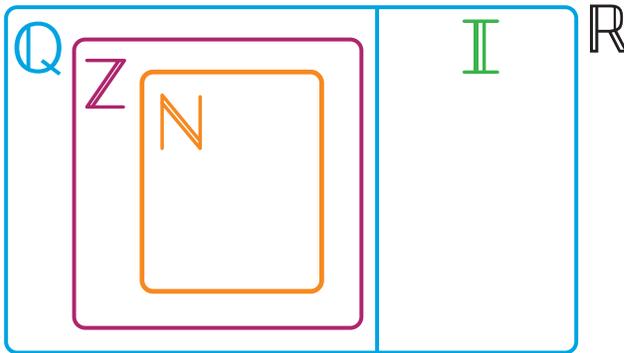
- 1 Encuentre el perímetro y el área de la terraza.
- 2 Exprese el resultado en forma racional.

| Área | Perímetro |
|------|-----------|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

Resumen

Definición de números reales

El **conjunto de los números reales** es aquel formado por los números racionales y los números irracionales. El siguiente esquema muestra dicho conjunto y la relación de contención que se presenta entre los conjuntos numéricos.



$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

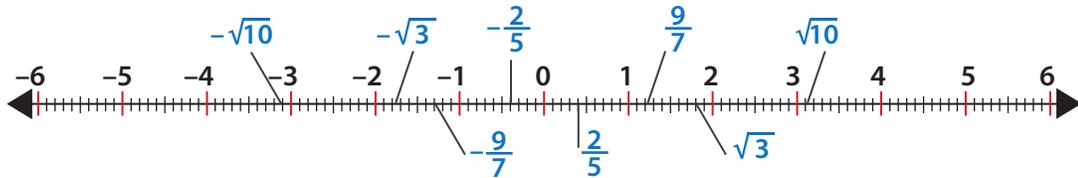
$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b}, \text{ tal que } a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, \text{ con } b \neq 0 \right\}$$

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

Representación gráfica

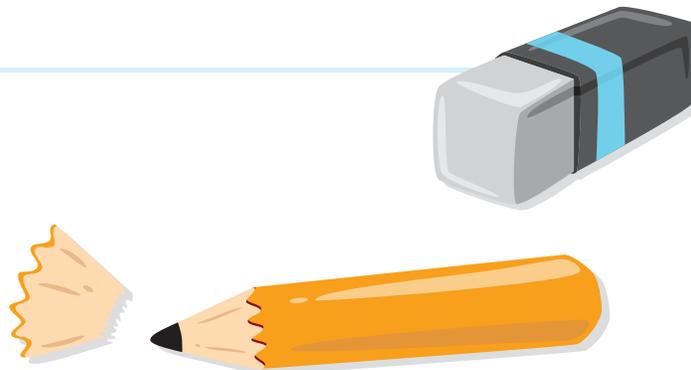
En la siguiente recta real se observa la representación geométrica de algunos números reales.



Operaciones en los números reales

En los números reales están bien definidas las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división siempre que el divisor sea distinto a cero (0).

Las propiedades de la suma y la multiplicación de números reales son: la clausurativa, la conmutativa, la existencia de inversos aditivos y multiplicativos, la existencia de elementos neutros y la distributiva de la multiplicación respecto a la adición.



Clase 15

Actividad 18 – Prueba Saber

Lea con atención cada enunciado y marque con **X** la respuesta correcta.

1 Doña Pepa fue al supermercado a comprar 8 kilos y medio de lentejas, y encontró que solamente había bolsas de 3 kilos, 1 kilo y ½ kilo.

Ella lleva exactamente la cantidad de lentejas que necesita, si compra:

- A. Dos bolsas de 3 kilos, una bolsa de 1 kilo y una bolsa de ½ kilo.
- B. Una bolsa de 3 kilos, cuatro bolsas de 1 kilo y cinco bolsas de ½ kilo.
- C. Dos bolsas de 3 kilos, dos bolsas de 1 kilo y una bolsa de ½ kilo.
- D. Una bolsa de 3 kilos, cinco bolsas de 1 kilo y tres bolsas de ½ kilo.



2 Un grupo de 6 estudiantes de Quibdó está organizando un paseo a Bahía Solano y después de hacer un pequeño presupuesto, determinan que requieren en promedio \$45.000 por estudiante. La tabla dada muestra la cantidad que aportó cada uno de los estudiantes.

| | |
|--------------|-----------|
| Estudiante 1 | \$ 23.000 |
| Estudiante 2 | \$ 42.000 |
| Estudiante 3 | \$ 42.000 |
| Estudiante 4 | \$ 46.000 |
| Estudiante 5 | \$ 47.000 |
| Estudiante 6 | \$ 88.000 |

¿Con este presupuesto, es posible realizar el paseo?

- A. Sí, porque el promedio del dinero reunido es aproximadamente el doble del requerido.
- B. Sí porque el promedio del dinero reunido es de \$3.000 más que el requerido.
- C. No, porque el promedio del dinero reunido es aproximadamente la mitad del requerido.
- D. No, porque el promedio del dinero reunido es \$3.000 menos que el requerido.

3 En un parqueadero de Quibdó la tarifa está definida de acuerdo al siguiente aviso:



Javier dejó estacionado su automóvil en el parqueadero durante tres horas y media. ¿Cuánto debe pagar?

- A. \$11.200
- B. \$14.800
- C. \$15.000
- D. \$14.200

4 En una feria se juega tiro al blanco; por cada acierto se ganan \$5.000 y por cada desacierto se pierden \$1.700.

Pablo lanzó tres veces y acertó una vez en el blanco. ¿Cuánto dinero ganó o perdió al final de los tres lanzamientos?

- A. Ganó \$5.000
- B. Perdió \$3.400
- C. Ganó \$1.600
- D. Perdió \$3.400



Clase 1 Esta clase tiene video

Tema: Simplificación de fracciones algebraicas

Actividad 1

Lea la siguiente información.

Una **fracción algebraica** es el cociente entre dos expresiones algebraicas, donde cada una es un monomio o un polinomio.



1 Escriba 5 ejemplos de fracciones algebraicas.

a) Ejemplo 1:

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

b) Ejemplo 2:

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

c) Ejemplo 3:

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

d) Ejemplo 4:

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

e) Ejemplo 5:

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

2 Simplifique las siguientes fracciones algebraicas representadas por monomios. Para ello, utilice las propiedades de la potenciación y exprese el resultado con exponentes positivos.

a) $\frac{15xy}{3y} =$

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

b) $-\frac{27xy^2}{36yz} =$

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

c) $\frac{24b^6c^7d}{-8ab^{10}c^3} =$

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

d) $\frac{125r^{14}s^{20}t^{-12}}{5r^{14}s^{-22}t^{-10}} =$

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

Simplificar una fracción algebraica significa convertirla en una fracción equivalente cuyos términos sean primos entre sí.



Actividad 4

Complete cada expresión para que las fracciones sean equivalentes.



Dos fracciones algebraicas $\frac{A}{B}$ y $\frac{C}{D}$ son **equivalentes** si los productos cruzados son iguales.



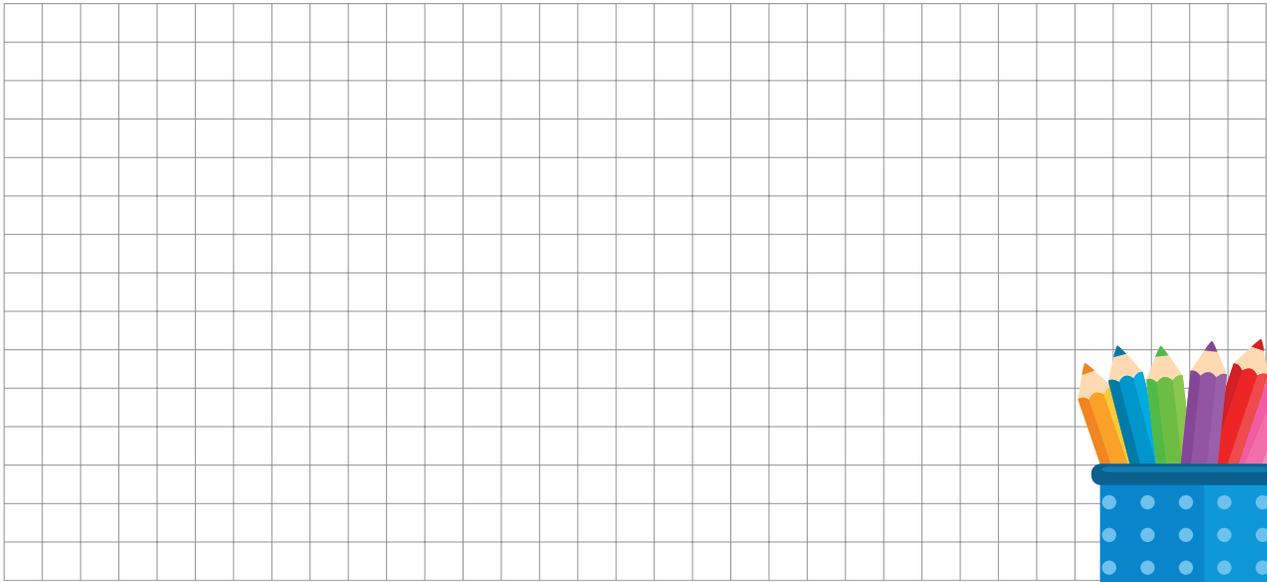
Es decir $A \cdot D = B \cdot C$

| | |
|---|--|
| <p>1 $\frac{x^2 - y^2}{\boxed{}} = x - y$</p> | |
| <p>2 $\frac{a^2 + a}{\boxed{}} = \frac{a}{1}$</p> | |
| <p>3 $\frac{x^2 - y^2}{x^3 - y^3} = \frac{x + y}{\boxed{}}$</p> | |
| <p>4 $\frac{a^2 - a - 6}{\boxed{}} = a - 3$</p> | |
| <p>5 $\frac{6x^2 + 7x - 3}{\boxed{}} = \frac{(2x + 3)}{y}$</p> | |
| <p>6 $\frac{\boxed{}}{18t^2 - 27t + 10} = \frac{1}{6t - 5}$</p> | |

Actividad 5

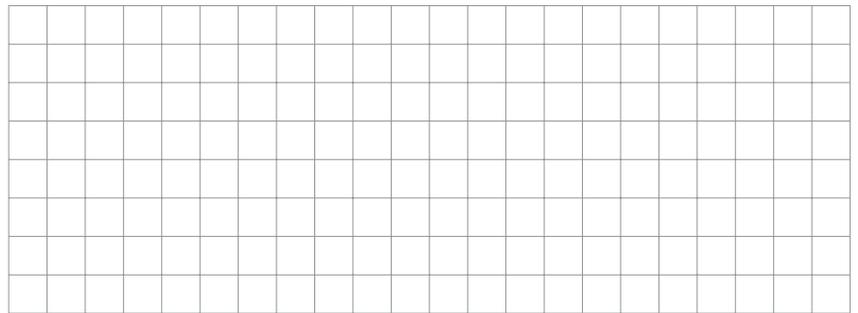
1 Coloree del mismo color las fracciones algebraicas de la tabla que son equivalentes.

| | | | | | |
|----------------------------|------------------------|----------------------------|------------------------|---------------------|---------------------------------|
| $\frac{3a^2b + 9ab}{6a^3}$ | $\frac{b - 2a}{3ab^2}$ | $\frac{9a^2b - ab}{3ab^2}$ | $\frac{ab + 3b}{2a^2}$ | $\frac{9a - 1}{3b}$ | $\frac{3ab^2 - 6a^2b}{9a^2b^3}$ |
|----------------------------|------------------------|----------------------------|------------------------|---------------------|---------------------------------|

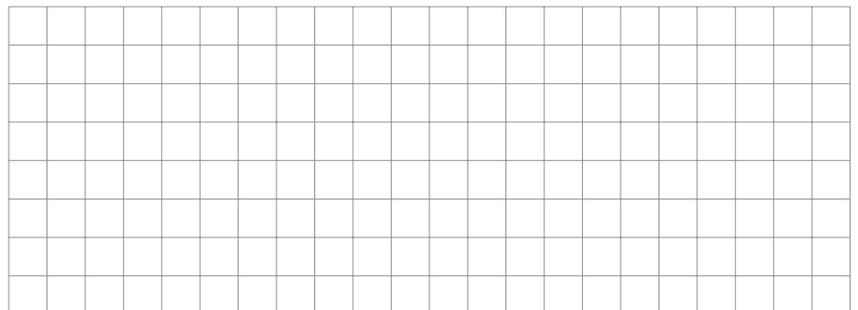


2 Tarea. Encuentre la dimensión que hace falta en cada una de las figuras geométricas.

a) Área = $z^2 - 81$, Largo = $z + 9$



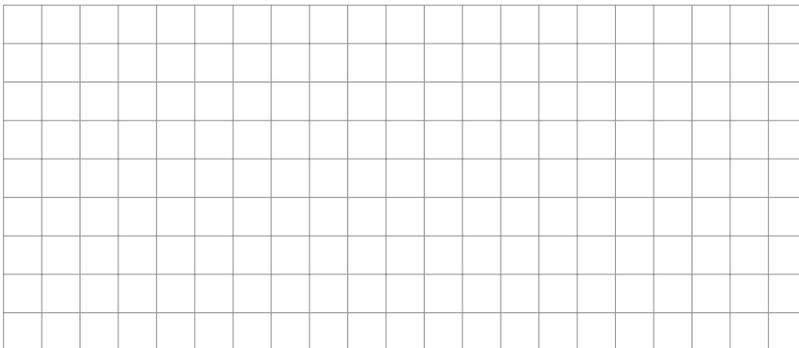
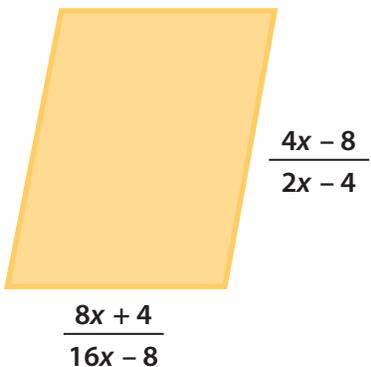
b) Área = $9a^2 - 6ab + b^2$, Ancho = $3a - b$



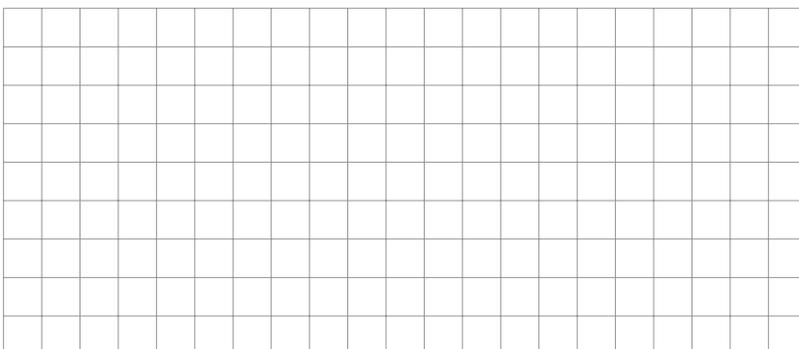
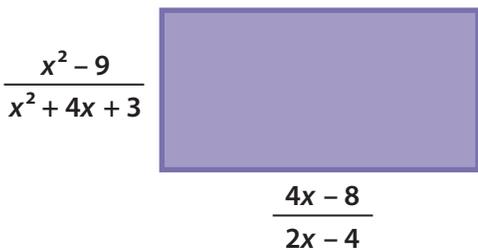
Actividad 8

Encuentre el área de las siguientes figuras geométricas.

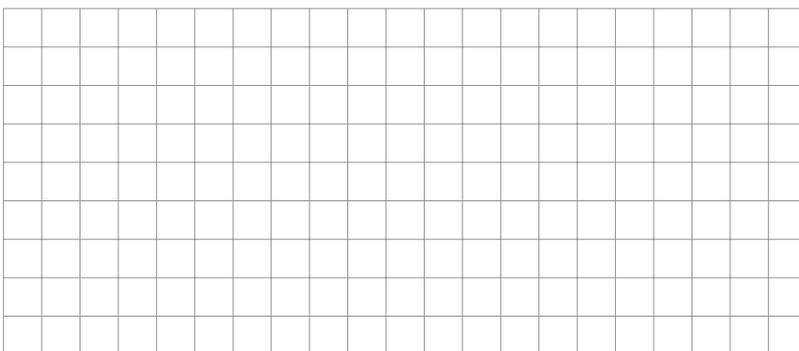
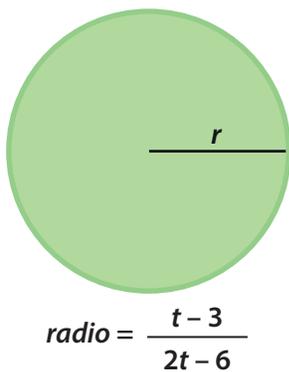
1



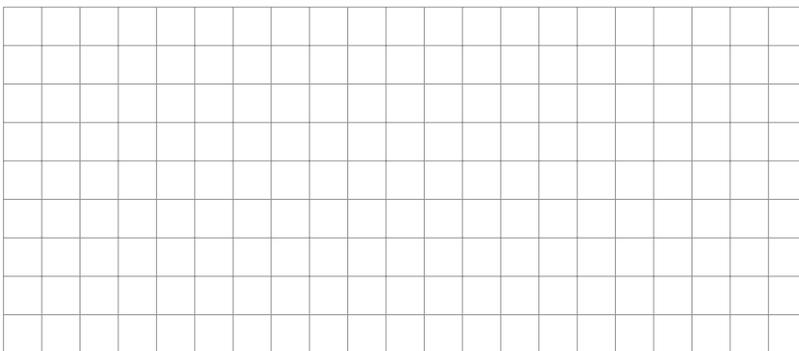
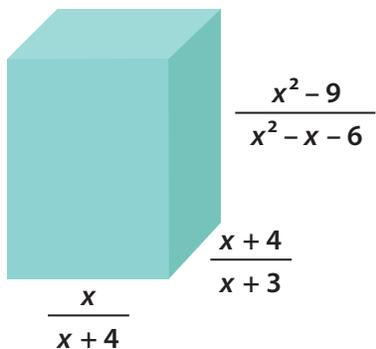
2



3

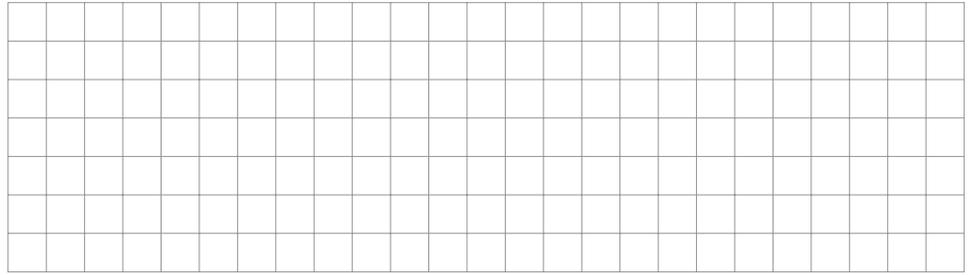
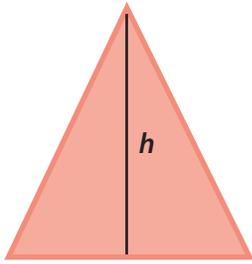


4 Encuentre el volumen de la siguiente figura geométrica.

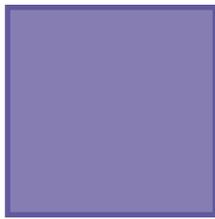


Actividad 13

1 Considere el siguiente triángulo. Si su área es $3s^2 + 7s + 2$, y su base $3s + 1$, determine su altura.

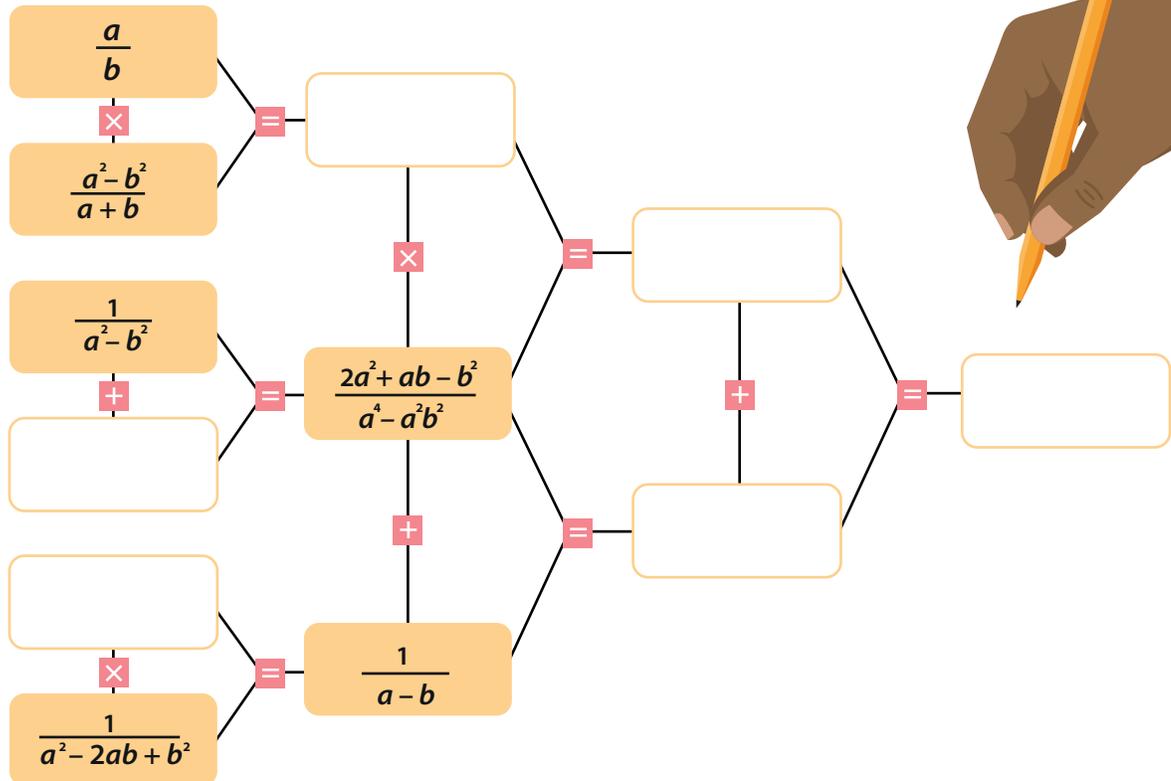


2 Considere el siguiente cuadrado. Si su área es $a^2 + 18a + 81$, y su base $a + 9$, determine su altura.



Actividad 14

Escriba las expresiones racionales que completan el esquema.



Clase 11

Esta clase tiene video

Tema: Funciones

Actividad 35

1 Lea la siguiente información.

Si A y B son dos conjuntos no vacíos, el **producto cartesiano** entre A y B notado $A \times B$, es el conjunto de todos los pares ordenados cuyo primer componente es un elemento de A y cuyo segundo componente es un elemento de B .

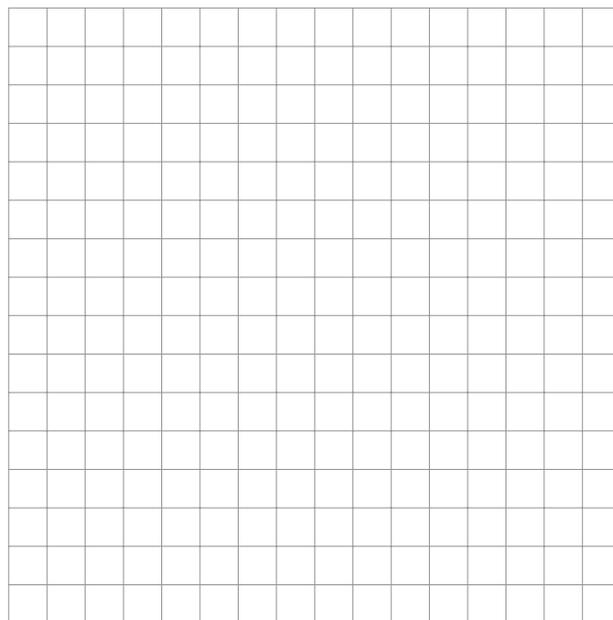
Un **par ordenado** es un conjunto de dos elementos y un criterio de ordenación.



2 La tabla dada a continuación muestra el gusto que algunos estudiantes tienen por ciertas asignaturas.

| Estudiante (A) | Asignatura (B) |
|----------------|----------------|
| Pedro | Inglés |
| María | Matemáticas |
| Pedro | Historia |
| Claudia | Inglés |
| Claudia | Ciencias |

a) Elabore el diagrama de flechas de la relación.



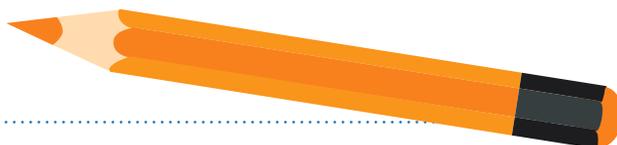
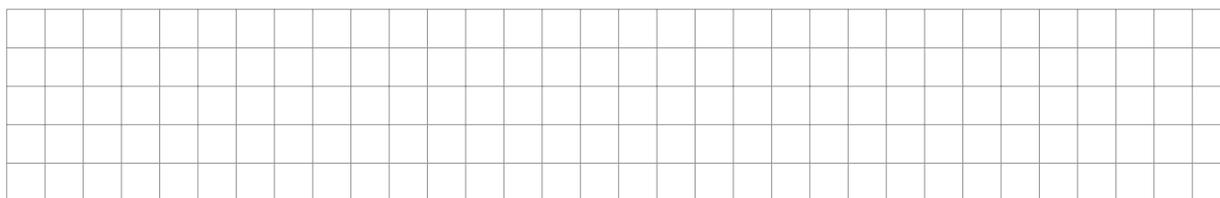
$X = \{\text{Pedro, María, Claudia}\}$

$Y = \{\text{Inglés, Matemáticas, Historia, Ciencias}\}$

R la relación definida de X en Y por

$R = \{(a,b) \in A \times B, \text{ tal que } a \text{ le gusta } b\}$

b) Escriba R como un conjunto de pares ordenados



Con base en la gráfica, resuelva.

a) ¿Qué magnitudes están involucradas en la situación descrita?

b) ¿Qué magnitudes cambian en la situación descrita?

c) Indique para qué valor de t el objeto se encuentra a 75 m del punto de partida.

d) ¿Durante cuánto tiempo permaneció sin moverse, es decir, no cambio su posición con respecto al tiempo?

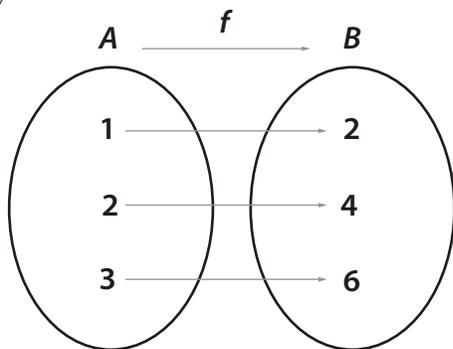
e) ¿Cuál es la posición a los 50 segundos?

f) ¿Cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente en esta situación?

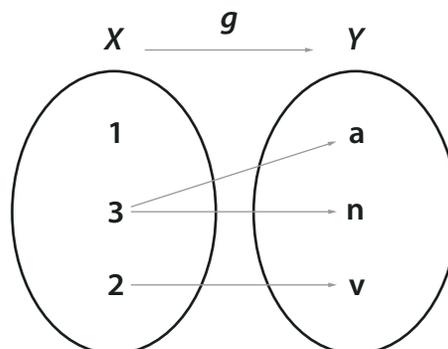
g) ¿Existe una relación de dependencia entre las variables x y t ? Justifique su respuesta.

2 Observe detenidamente los diagramas de flechas correspondientes a las relaciones f y g . Indique cuál representa una función y cuál no.

a)



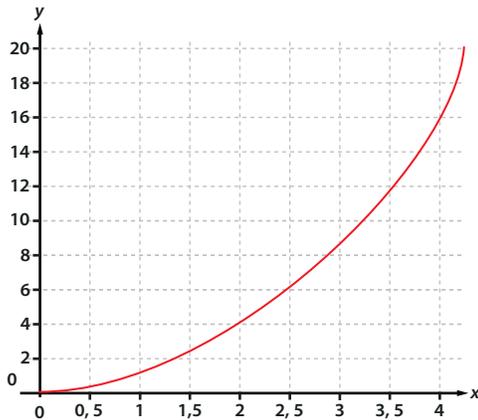
b)



Actividad 40

1 Lea la siguiente información.

A continuación se muestra la gráfica en donde a cada valor posible para la longitud x del lado de un cuadrado, le corresponde un único valor de y , que es el área del respectivo cuadrado.



A medida que cambia la longitud x del lado, cambia también el área y del cuadrado.



Es posible observar que el área depende de la medida del lado, teniendo en cuenta lo anterior es posible definir “el área de un cuadrado en función de la medida del lado” con la siguiente expresión:

$$y = x^2$$

La expresión $y = x^2$ también se puede escribir como $f(x) = x^2$.

2 Complete la siguiente tabla de valores teniendo en cuenta la gráfica del numeral anterior en la cual se representa cómo varía el área de un cuadrado teniendo en cuenta la medida del lado.

| | | | | | |
|--------|---|---|---|---|---|
| x | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 |
| $f(x)$ | | | | | |

Tenga en cuenta que x está medido en centímetros.



3 Construya en su cuaderno los cuadrados que se generan a partir de la tabla de valores.

4 Responda en su cuaderno las siguientes preguntas.

- ¿Cuál es la variable independiente en la situación del cuadrado y su área?
- ¿Cuál es la variable dependiente en la situación del cuadrado y su área?
- ¿Cuál es la expresión general que determina el área de un cuadrado de lado m ?
- ¿Cuál sería el dominio y cuál sería el rango en esta situación?



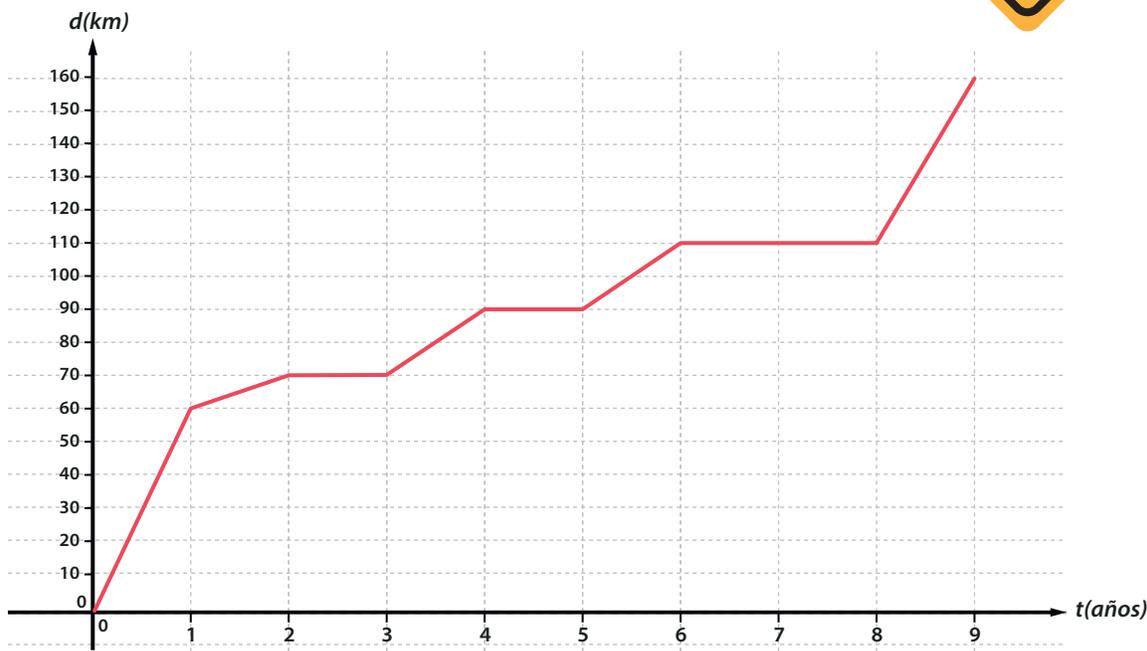
Clase 13

Actividad 41



1 Observe la gráfica con atención.

La gráfica dada muestra los kilómetros construidos en la troncal del Pacífico en función del número de años empleados para su construcción.



2 Con base en la gráfica anterior responda las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuántos kilómetros se construyeron en el primer año? _____
- b) ¿Cuántos kilómetros se construyeron entre el segundo y el quinto año? _____
- c) Determine el valor de $d(2)$, es decir, el número de kilómetros construidos durante los primeros dos años

- d) Para construir los primeros 90 km, ¿cuántos años se emplearon? _____
- e) ¿Cuántos kilómetros se construyeron durante los primeros 9 años? _____
- f) ¿En que años no se construyó ningún kilómetro en la troncal del Pacífico? _____

3 Complete la tabla de valores relacionada con la situación dada en la gráfica del numeral 1. Registre 8 valores diferentes.

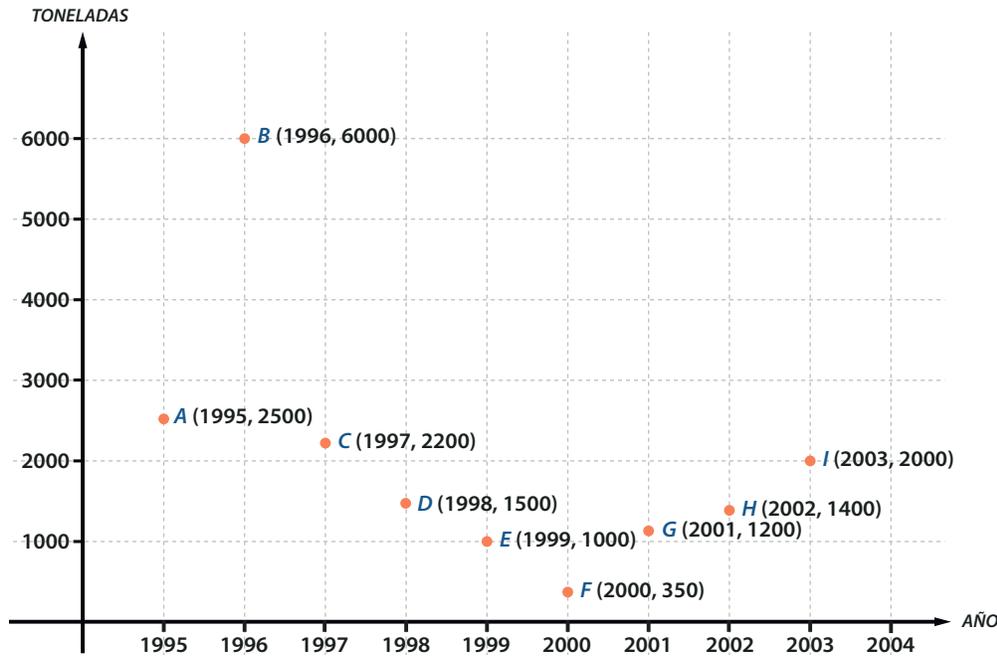
| t (años) | | | | | | | |
|----------------|--|--|--|--|--|--|--|
| d (kilómetros) | | | | | | | |



Actividad 42

Teniendo en cuenta la información de la gráfica dada responda las siguientes preguntas.

Importaciones de café



1 ¿Qué información representa la gráfica?

2 ¿Cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente?

3 ¿Cuál es la diferencia entre el mayor valor de toneladas de café exportadas y el menor valor?

4 ¿La gráfica representa una función? Justifique su respuesta.

5 ¿Cuál es el mayor número de toneladas de café importadas y en qué año?

6 ¿Cuál es el menor número de toneladas de café importadas y en qué año?

Actividad 43

1 Lea la información de la tabla y luego, responda las preguntas.

| | | | | | | |
|---------------------------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|
| Número de balones (n) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Precio (p) | 20.000 | 40.000 | 60.000 | 80.000 | 100.000 | 120.000 |

a) ¿Qué tipo de información describe la tabla?

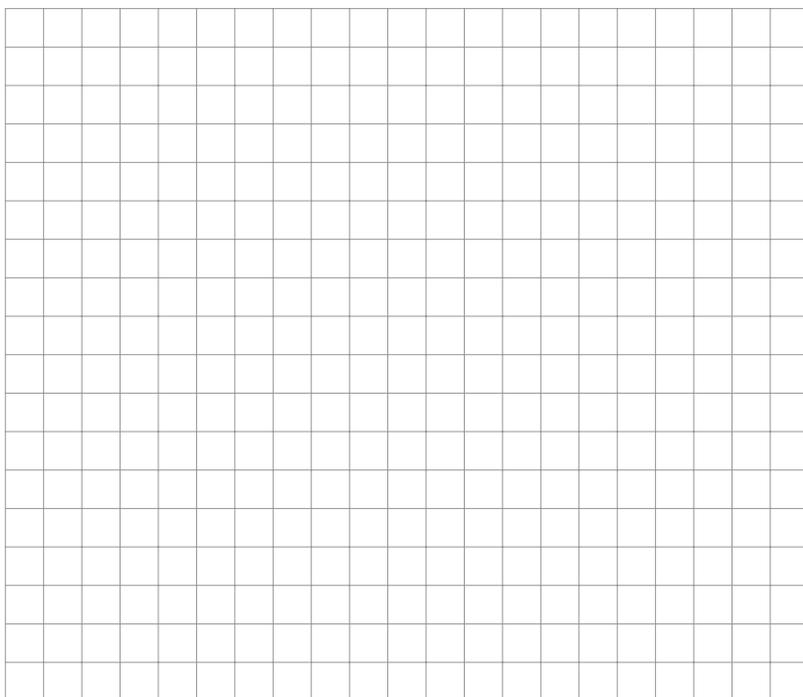
b) ¿Qué sucede a medida que aumenta el número de balones?

c) La expresión $P(n)$ muestra la relación del precio que se paga dependiendo del número de balones que se compra. ¿Esta expresión representa una función? Justifique su respuesta.

d) ¿Cuál es la variable independiente? _____

e) ¿Cuál es la variable dependiente? _____

2 Teniendo en cuenta la tabla del numeral anterior, elabore la representación en el plano cartesiano de $P(n)$.



Tenga en cuenta:

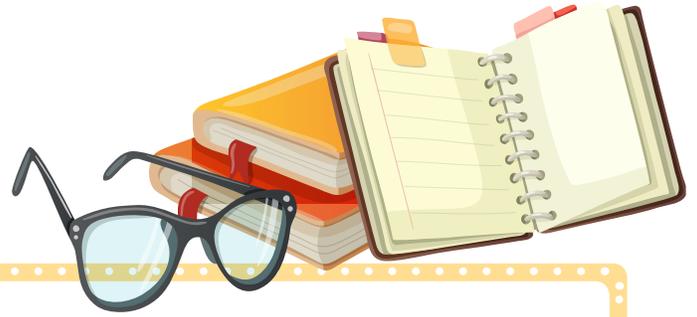
- Proponer una escala adecuada para los ejes.
- Poner a los ejes el nombre correspondiente a las variables.



Clase 14

Actividad 44

Lea la siguiente información.



Es posible representar una función de las siguientes maneras:

Algebraica

Usando una fórmula:

$$f(x) = 3x + 4$$

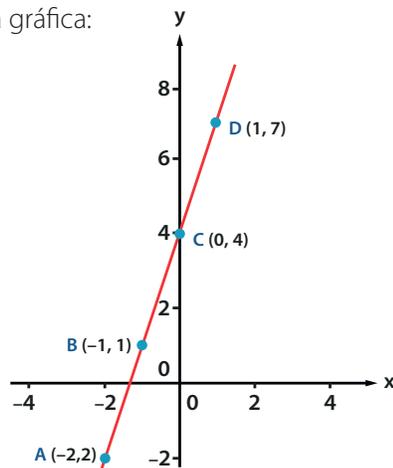
Verbal

Con palabras:

f es la función "multiplicar por 3 y luego sumar 4"
 Relación de la variable x .

Visual

Usando una gráfica:



Numérica

Usando una tabla de valores:

| x | $f(x)$ |
|-----|--------|
| -2 | -2 |
| -1 | 1 |
| 0 | 4 |
| 1 | 7 |

Actividad 45

Para resolver los ejercicios de esta actividad, tenga en cuenta la información dada en la Actividad 44.

- 1 Para transformar una temperatura *Celsius* ($^{\circ}\text{C}$) en una temperatura en grados *Fahrenheit* ($^{\circ}\text{F}$) se utiliza la expresión algebraica

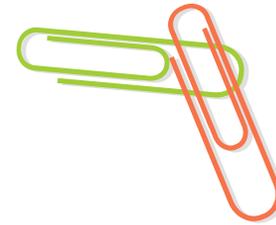
$$g(^{\circ}\text{C}) = \frac{9}{5} ^{\circ}\text{C} + 32$$

Escriba esta función en forma verbal, en forma gráfica y en forma numérica.



Clase 15

Actividad 46

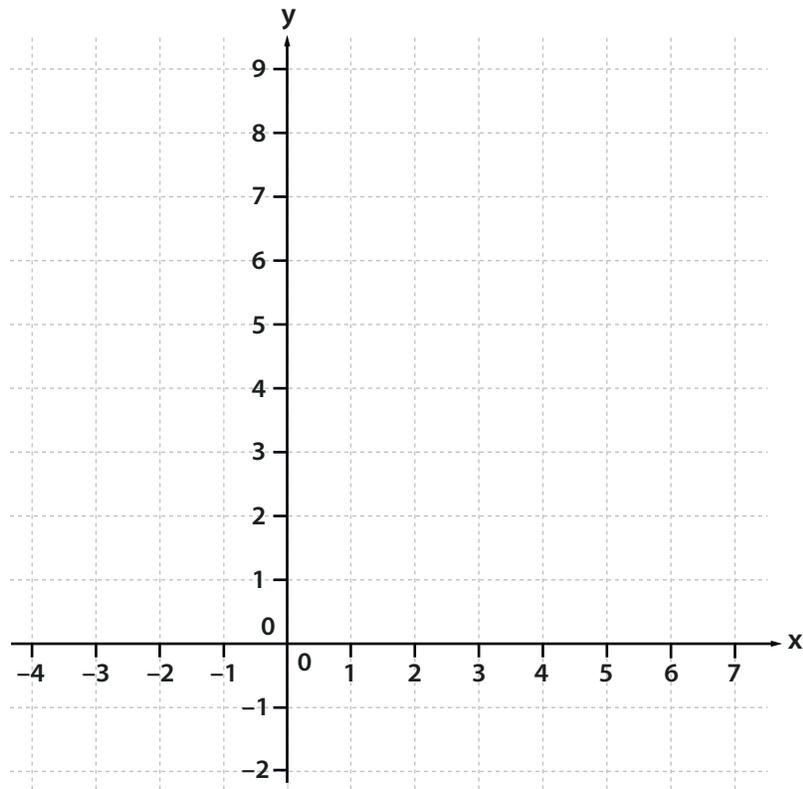


1 Algebraicamente una función está representada por $y = 2x + 3$.

a) Complete la tabla de valores de la función:

| $y = 2x + 3$ | | |
|--------------|----------------------|------------|
| x | y | (x, y) |
| -2 | $y = 2(-2) + 3 = -1$ | $(-2, -1)$ |
| -1,5 | | |
| -1 | | |
| 0 | | |
| 0,5 | | |
| 1 | | |
| 1,5 | | |
| 3 | | |

b) Ubique en el plano cartesiano los puntos de coordenadas (x, y) y únalas por medio de una línea continua. ¿Qué forma tiene la gráfica?

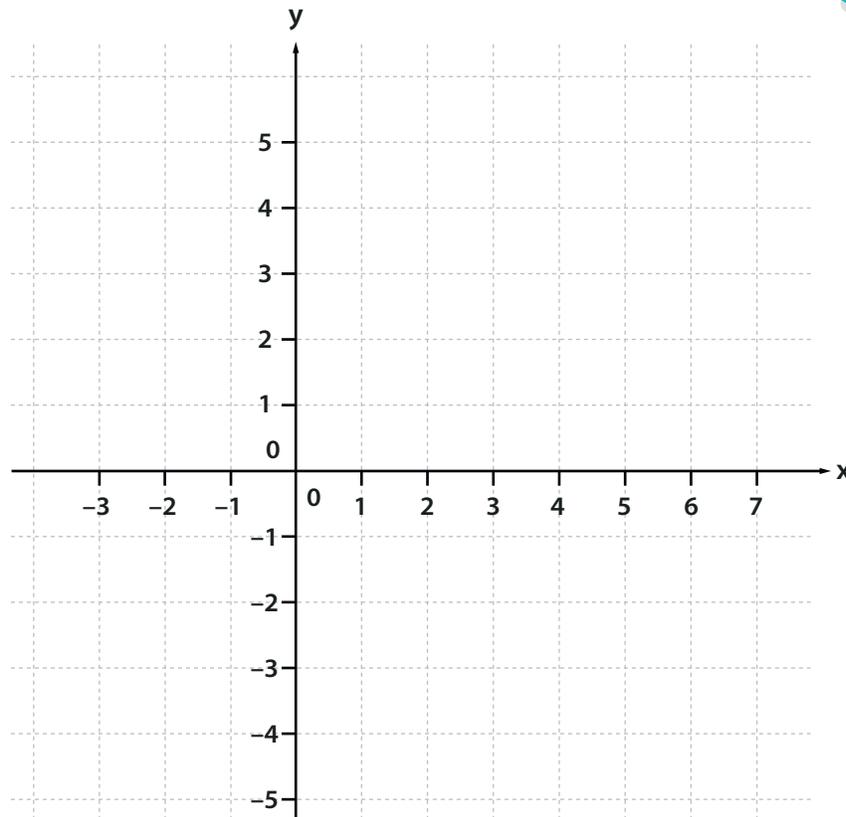
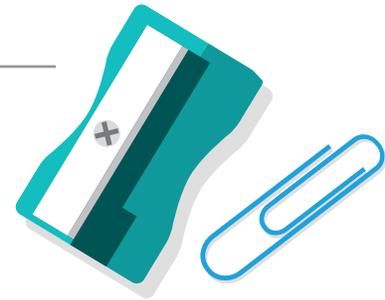


2 Sea la función cuadrática $y = x^2 - 3x$

a) Elabore la tabla de valores para los valores x indicados en la tabla dada.

| x | y | (x, y) |
|-----|--------------------------|-----------|
| -1 | $y = (-1)^2 - 3(-1) = 4$ | $(-1, 4)$ |
| 0 | | |
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 5 | | |
| 6 | | |
| 7 | | |

b) Tomando los valores (x, y) de la tabla anterior, elabore la gráfica de la función.
 ¿Qué forma tiene la función?



Clase 16

Esta clase tiene video

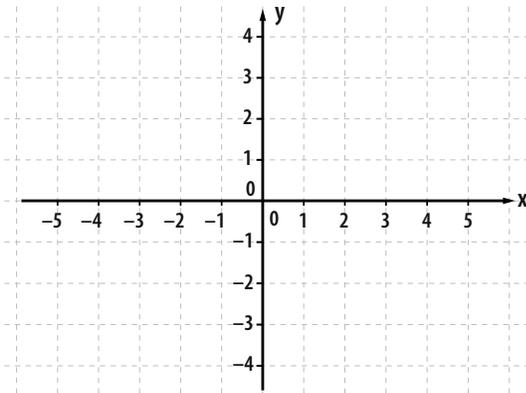
Tema: Función lineal

Actividad 47

Los puntos que se presentan en cada una de las siguientes tablas forman parte de una línea recta. Ubique los puntos en cada plano cartesiano y trace la recta. Luego, observe la gráfica y escriba en la tabla otros puntos por los que pase la recta.

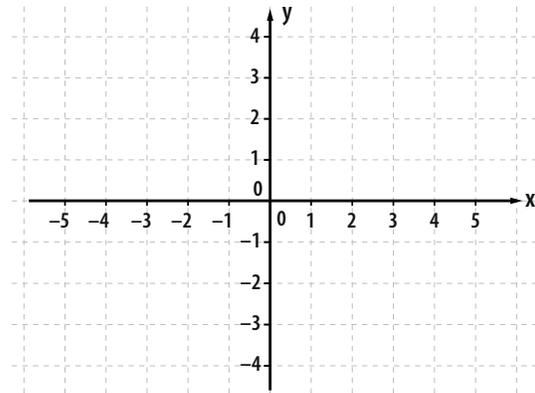
1

| | | | | |
|---|----|---|--|--|
| x | 0 | 4 | | |
| y | -2 | 0 | | |



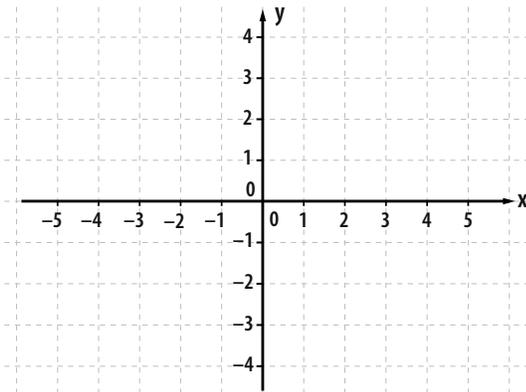
2

| | | | | |
|---|----|----|--|--|
| x | -3 | 4 | | |
| y | -2 | -2 | | |



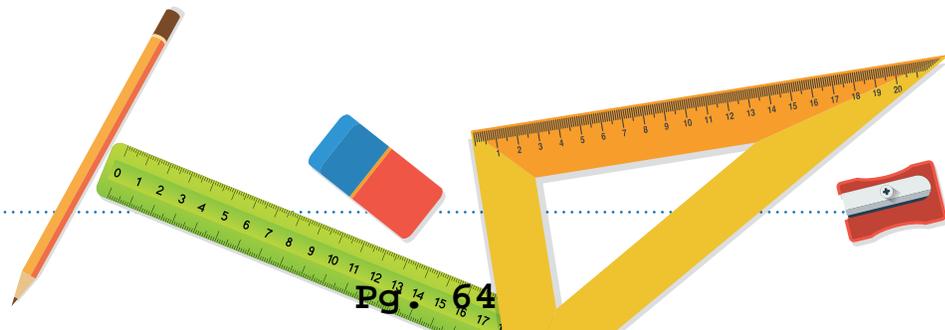
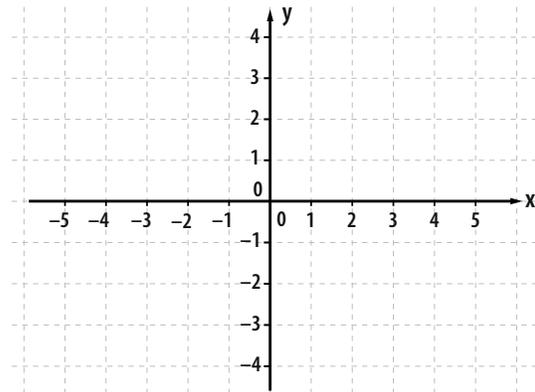
3

| | | | | |
|---|-----|---|--|--|
| x | 0,5 | 3 | | |
| y | 1,5 | 5 | | |



4

| | | | | |
|---|---|----|--|--|
| x | 1 | -2 | | |
| y | 3 | 4 | | |



Actividad 48

1 Lea la siguiente información.

Las funciones que tienen como gráfica una línea recta se pueden clasificar en dos tipos:

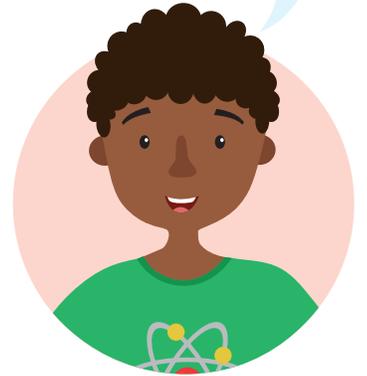
Funciones lineales: si la recta pasa por el origen del plano cartesiano. En este caso la función se puede escribir algebraicamente así:

$$f(x) = mx, \text{ donde } m \text{ es una constante.}$$

Funciones afines: si la recta no pasa por el origen del plano cartesiano. En este caso la función se puede escribir algebraicamente así:

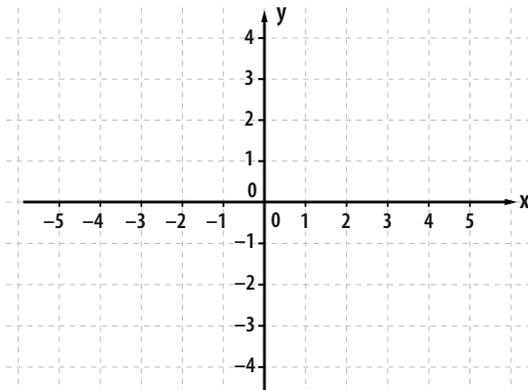
$$f(x) = mx + b, \text{ donde } m \text{ y } b \text{ son constantes.}$$

En lugar de escribir $f(x)$ podemos escribir y , pues $y = f(x)$

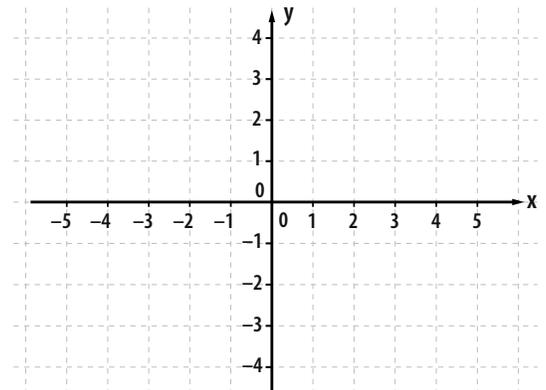


2 Elabore la gráfica de las siguientes funciones y clasifíquelas en lineales o afines.

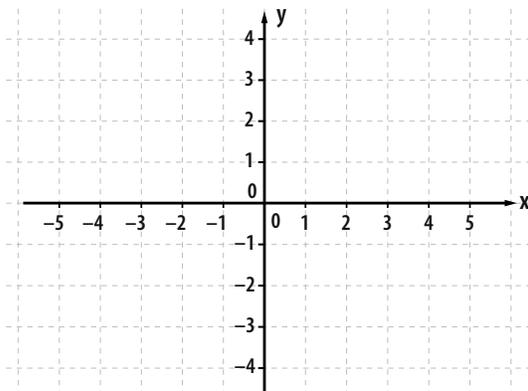
a) $y = 3x - 1$



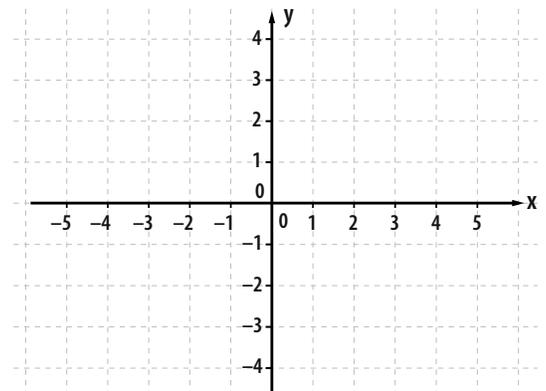
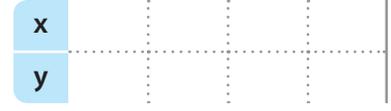
b) $f(x) = -2x - 4$



c) $y = -5x$



d) $f(x) = \frac{1}{2}x$



Actividad 49

1 Lea la información y observe con atención el ejemplo.

En la expresión $y = mx + b$ se identifica lo siguiente:



m es la pendiente o inclinación de la recta
 b es el punto de corte con el eje y o y -intercepto.



La pendiente indica las unidades que se inclina la recta; así en $y = -3x - 1$ la pendiente es -3 , lo cual se puede escribir:

$$m = -3 = \frac{-3}{1}$$

↑ Movimiento vertical (en el eje y , arriba o abajo).
→ Movimiento horizontal (en el eje x derecha).

Así, es posible elaborar la gráfica de una línea recta teniendo en cuenta la pendiente y el y -intercepto

2 Elabore las gráficas de cada una de las rectas usando la pendiente y el y intercepto.

a) $y = 3x + 2$

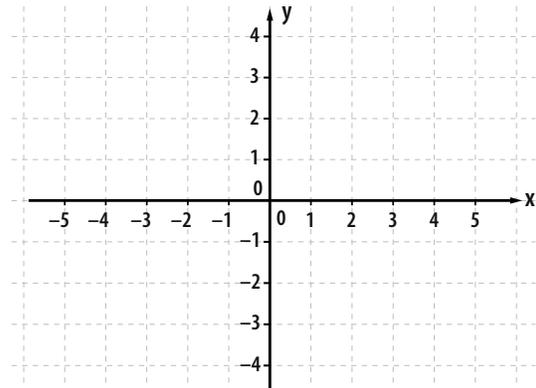
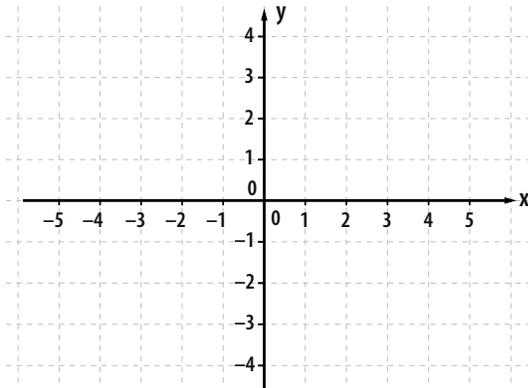
$m =$ _____

y -intercepto = _____

b) $y = -2x + 5$

$m =$ _____

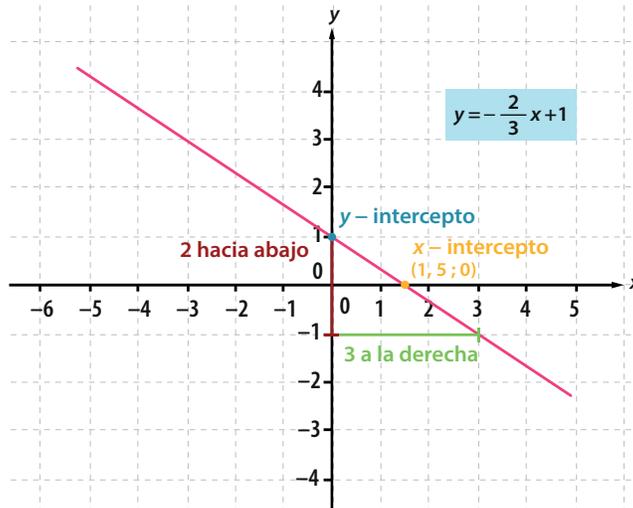
y -intercepto = _____



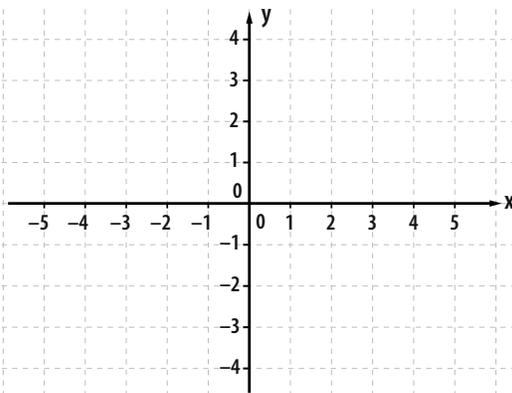
Clase 17

Actividad 50

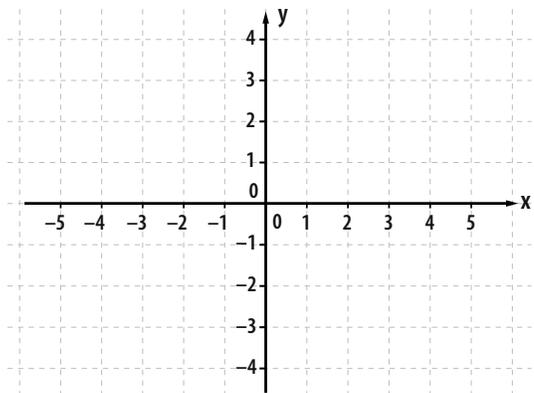
Realice las gráficas de las siguientes líneas rectas usando la pendiente y el y-intercepto. Luego, ubique sobre la gráfica el punto de corte con el eje de las x y escriba sus coordenadas. Observe el ejemplo.



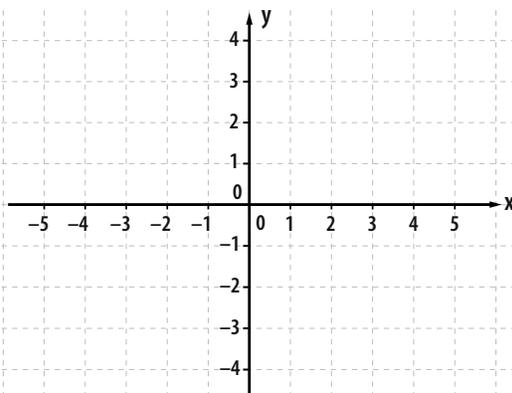
1 $y = \frac{1}{2}x + 2$



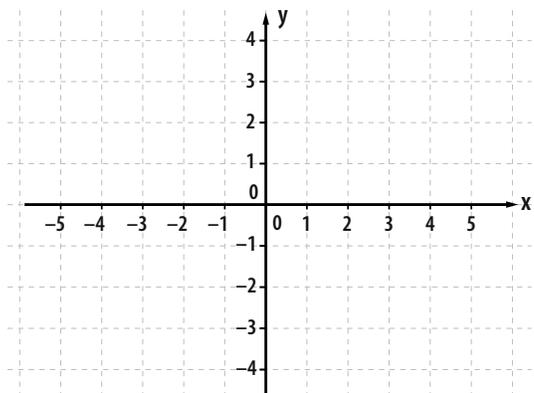
2 $y = -4x + 3$



3 $y = -\frac{5}{3}x + 2$



4 $y = -x - 2$



Actividad 51

Halle el punto de corte con el eje x (x - intercepto) de manera algebraica en cada una de las siguientes rectas.

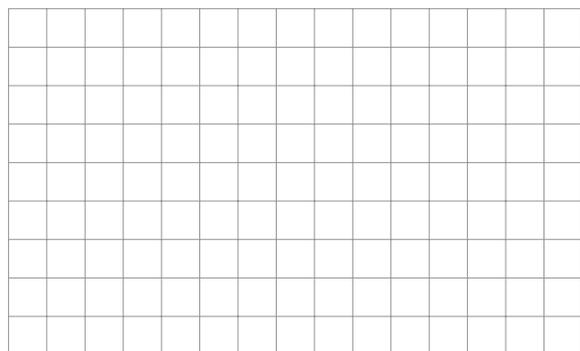


No olvide que cuando la gráfica corta el eje x , el valor de y es cero.
 $0 = mx + b$

1 $y = x - 1$



2 $y = 3x$



3 $y = 2x + 2$



4 $y = -3x + 2$



5 $y = 3x - 4$



Actividad 52

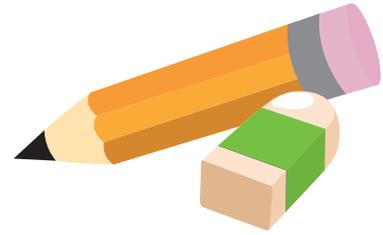
Dibuje en su cuaderno las rectas de la Actividad 51 y verifique que el punto de corte que halló algebraicamente coincide con el punto de corte que se ve en la gráfica.

Si tiene la posibilidad, use el programa *Geogebra* para realizar las gráficas.

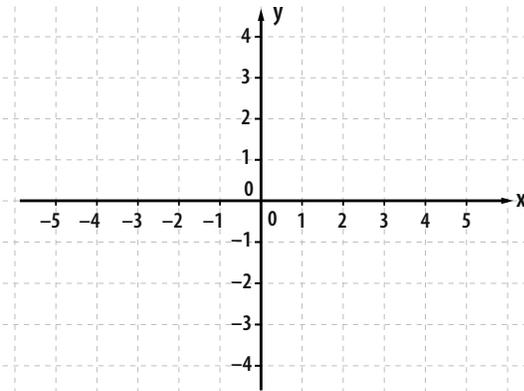
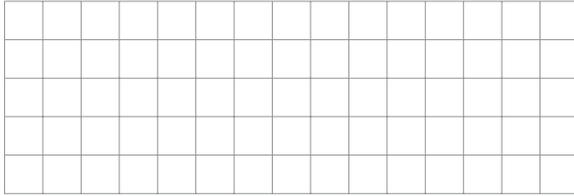


Actividad 54

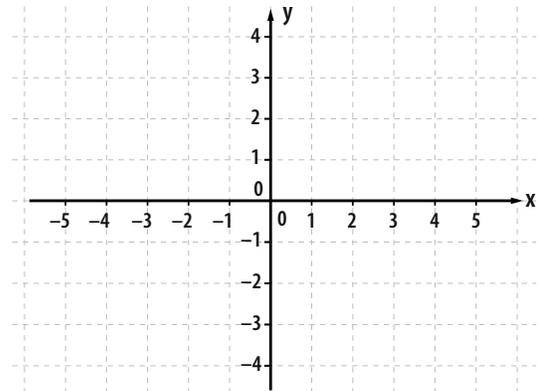
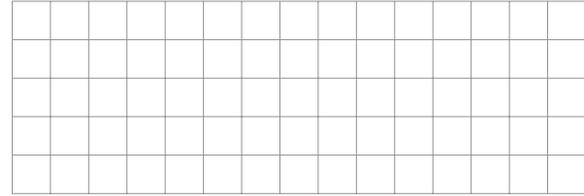
Encuentre la pendiente de la recta que pasa por los puntos dados. Luego, elabore la gráfica de la recta correspondiente.



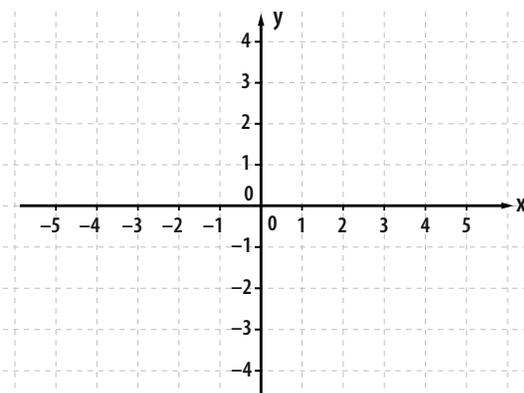
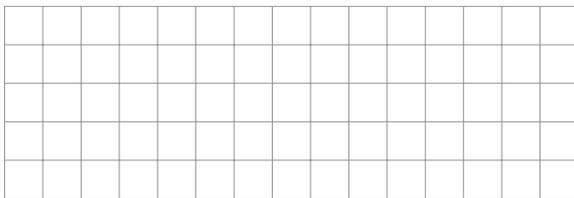
1 $M(2,3)$ y $P(-1,4)$



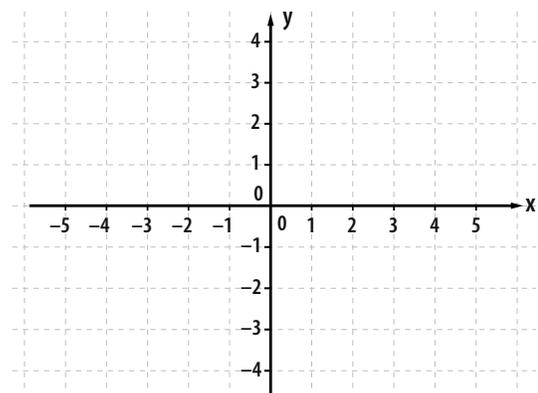
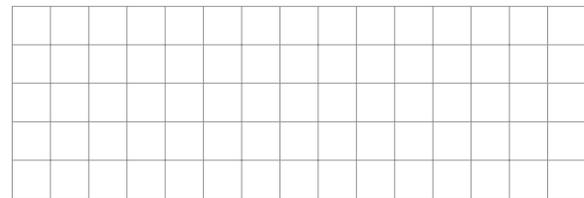
2 $T(-1,0)$ y $P(0,-3)$



3 $S(0,0)$ y $N(-2,-3)$



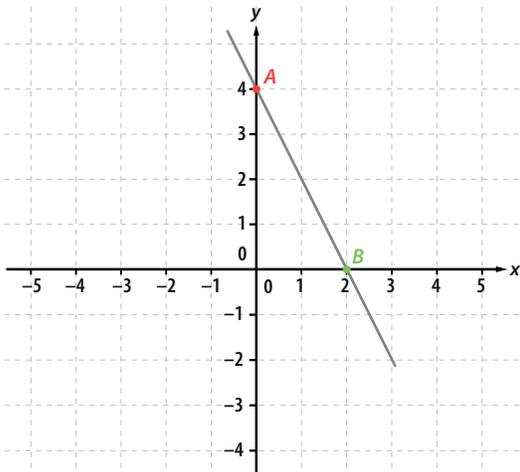
4 $L(3,0)$ y $P(0,3)$



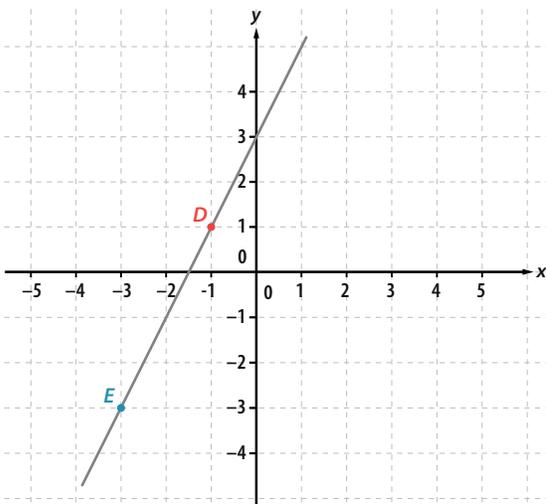
Actividad 55

Escriba las coordenadas de los puntos marcados sobre cada recta y halle la pendiente.

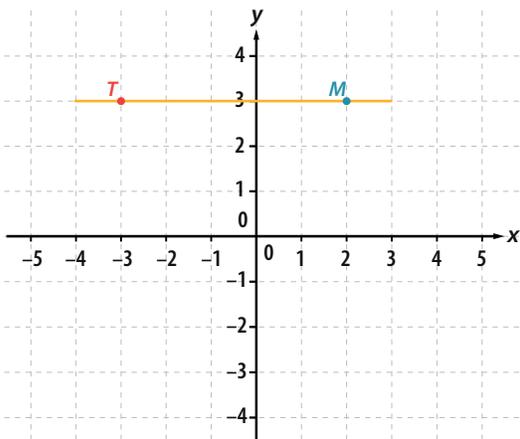
1



2



3



Clase 19

Actividad 56

1 Lea la siguiente información y revise el ejemplo.

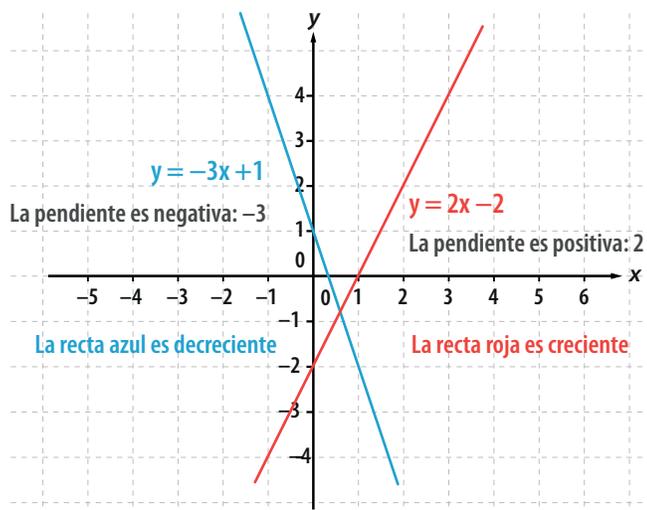


Quando la pendiente de una recta es **positiva** (+), se dice que la recta es creciente.



Quando la pendiente de una recta es **negativa** (-), se dice que la recta es decreciente.

Por ejemplo, la recta $y = 2x - 2$ y la recta $y = -3x + 1$.



2 Examine las siguientes rectas y determine si son crecientes o decrecientes.

a) $y = -x + 1$
 Escriba el valor de la pendiente $m =$ _____

La recta es _____

b) $y = 2x - 7$
 Escriba el valor de la pendiente $m =$ _____

La recta es _____

c) $y = \frac{3}{4}x - 3$
 Escriba el valor de la pendiente $m =$ _____

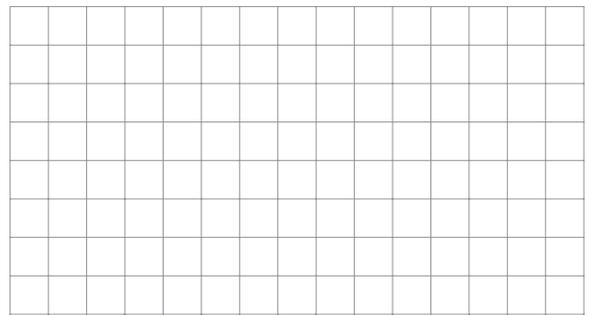
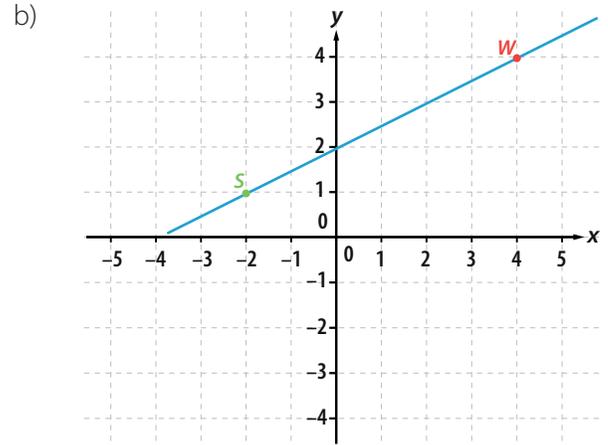
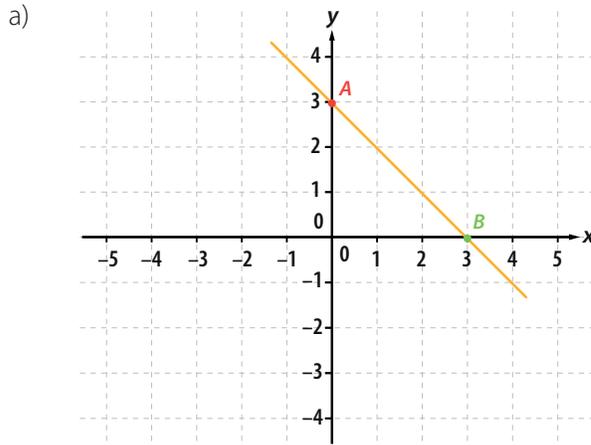
La recta es _____

Recuerde que en la ecuación de la recta el **valor de la pendiente** es el número que acompaña a x .



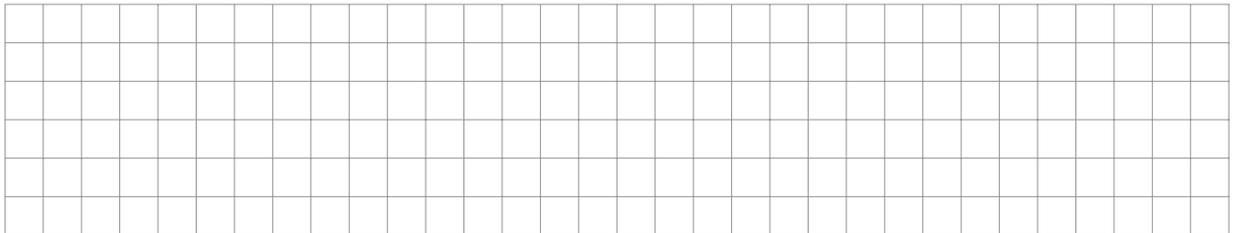
Actividad 57

1 Calcule la pendiente de las rectas dadas y determine si son crecientes o decrecientes.

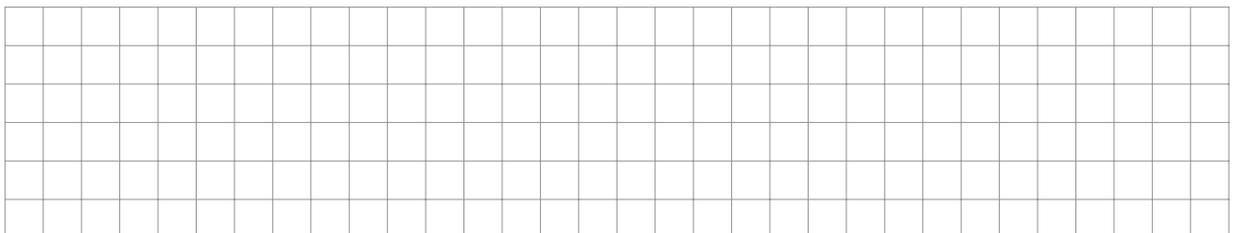


2 Calcule la pendiente de la recta dados los puntos. Determine si la recta es creciente o decreciente.

a) $M(-1, -3)$ y $R(2, 0)$



b) $D(2, -5)$ y $R(-2, 3)$



Clase 20

Actividad 58

Las siguientes preguntas se refieren a la recta $y = -\frac{3}{4}x + 1$.

Lea con atención cada pregunta y marque con una equis (X) la respuesta que considere correcta.

1 Con relación a la pendiente de la recta se puede afirmar que:

- A. Es negativa, por lo tanto la recta es creciente.
- B. Es positiva, por lo tanto la recta es decreciente.
- C. Es negativa, por lo tanto la recta es decreciente.
- D. Es un número entero.

2 Dados los puntos $T(0,1)$ y $R(4,-2)$ se puede afirmar que:

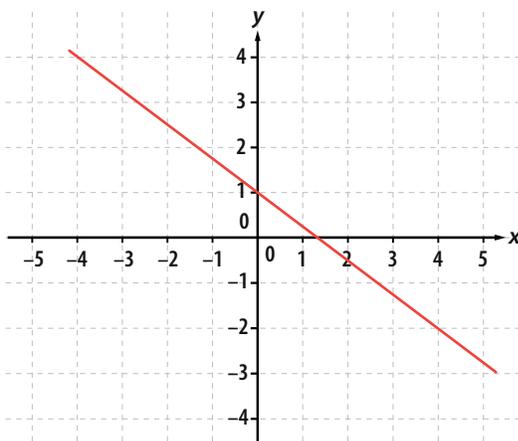
- A. Están sobre la recta mencionada.
- B. No están sobre la recta mencionada.
- C. Solo el punto T está sobre la recta mencionada.
- D. Solo el punto R está sobre la recta mencionada.

3 Con respecto al y -intercepto de la recta mencionada, se puede afirmar que:

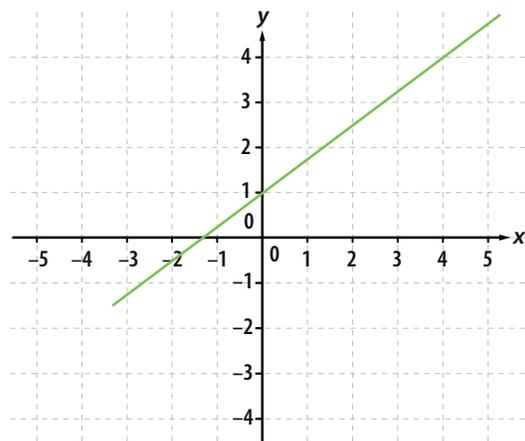
- A. Es un entero negativo.
- B. Determina que la recta es decreciente.
- C. Tiene coordenadas $(1, 0)$
- D. Tiene coordenadas $(0, 1)$

4 La gráfica de la recta mencionada es:

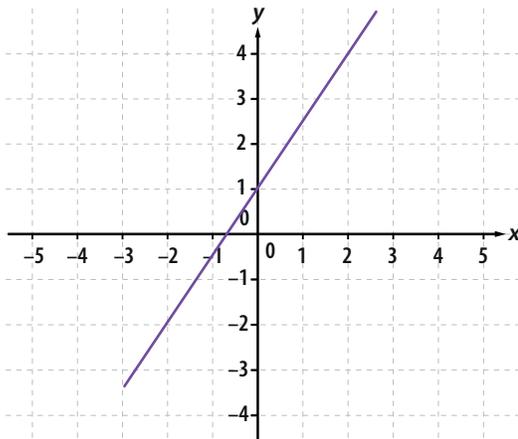
A.



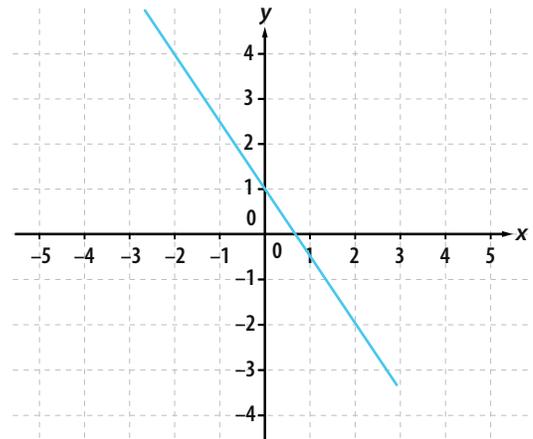
B.



C.



D.



Resumen

Una función se puede representar de las siguientes maneras:

- **Algebraica:** usando la fórmula.
- **Verbal:** escribiendo una oración para describirla.
- **Gráfica:** realizando su gráfica sobre el plano cartesiano.
- **Numérica:** usando la tabla de valores.

Una función **lineal** es de la forma $y = mx$

Una función **afín** es de la forma $y = mx + b$

En la ecuación $y = mx + b$, m es la pendiente y b es el y -intercepto.

Las coordenadas del y -intercepto son $(0, b)$

Las coordenadas de x -intercepto son $(-\frac{b}{m}, 0)$

La pendiente de la recta que pasa por los puntos de coordenadas

$$P(x_1, y_1) \text{ y } Q(x_2, y_2) \text{ está dada por la expresión } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Cuando $m > 0$ la recta es **creciente**.

Cuando $m < 0$ la recta es **decreciente**.

