Institucion Educativa

JUAN PABLO I

La Llanada Nariño.

Matematicas.

GRADO 6º

MODULO EDUCATIVO

2

ALCALDÍA MUNICIPAL
LA LLANADA
NIT: 800.149.894-0
Comprometidos con la comunidad

MUNICIPIO LA LLANADA

Colombia aprende
La red del conocimiento

El futuro es de todos
Gobierno de Colombia

Gobernación de Nariño
¡EN DEFENSA DE LO NUESTRO!

1. Fracciones

Ampliación multimedia · Recurso imprimible · Enlace web

Recuerda que...

Un número natural se puede representar como fracción si se expresa con denominador 1.

Por ejemplo,

$$5 = \frac{5}{1}$$

$$8 = \frac{8}{1}$$

Las **fracciones** son expresiones numéricas que se utilizan para representar las partes iguales en las que se puede dividir una unidad.

En la figura de la derecha se observa un pastel que está dividido en 7 partes iguales, de las cuales se tomarán cuatro porciones para repartir. La fracción que representa esta situación es $\frac{4}{7}$.

Es importante tener en cuenta que en muchos casos se usan figuras geométricas para representar fracciones.

1.1 Elementos de una fracción

Actividad

Una **fracción** es una expresión de la forma $\frac{a}{b}$ donde a y b son números naturales y $b \neq 0$

Una fracción de la forma $\frac{a}{b}$ tiene tres elementos importantes:

El numerador representado por a, el cual indica el número de partes de la unidad que se van a tomar.

El denominador representado por b que indica el número de partes en el que se debe dividir la unidad.

La línea que separa al numerador del denominador se llama vínculo, e indica la división entre el numerador y el denominador.

EJEMPLOS

Resolver las siguientes situaciones.

a. Una fábrica de dulces ha sacado al mercado chocolatinas mixtas de chocolate blanco y chocolate clásico como se observa en las siguientes figuras.

¿Qué fracción de cada chocolatina es de chocolate blanco?

Como las chocolatinas están divididas en 8 partes y 3 son blancas, la fracción correspondiente al chocolate blanco en cada caso es $\frac{3}{8}$.

b. Dibujar dos chocolatinas y representar en ellas las fracciones $\frac{3}{7}$ y $\frac{2}{9}$ de chocolate negro, respectivamente.

La unidad puede tener cualquier forma, pero es importante dividirla en la cantidad de partes iguales que indica el denominador. Posteriormente, las partes indicadas por el numerador serán de chocolate negro.

$\frac{3}{7}$   $\frac{2}{9}$

1.2 Interpretaciones del concepto de fracción

Actividad

Un número fraccionario puede tener varias aplicaciones dependiendo del contexto en el que se esté empleando. En todos los casos el número se representa de la misma manera, pero el numerador y el denominador tienen diferentes interpretaciones.

Fracción como cociente

Una fracción puede representar la división de dos cantidades. En este caso el numerador de la fracción representa al dividendo y el denominador representa al divisor.

Por ejemplo, 483 imágenes distribuidas equitativamente en 18 páginas se pueden expresar como $483 \div 18$ o en forma de fracción como $\frac{483}{18}$.

Fracción como razón

Las fracciones también se pueden usar para representar la comparación de dos cantidades que tienen una característica común que las relaciona.

Por ejemplo, en un salón de clases por cada 5 niños hay 7 niñas. La relación entre el número de niños y niñas se puede expresar de las siguientes formas:

- La relación entre niños y niñas es de 5 a 7.
- Por cada 5 niños hay 7 niñas.
- La fracción $\frac{5}{7}$ que se lee 5 es a 7.

Fracción como operador de un número

En muchos casos surge la necesidad de calcular la fracción de un número dado, para lo cual se multiplica el numerador de la fracción por el número y el resultado se divide entre el denominador de la fracción.

Por ejemplo, Carlos tiene 28 estampillas, $\frac{5}{7}$ de estas son nacionales. ¿Cuántas estampillas nacionales tiene Carlos?

$$\frac{5}{7} \text{ de } 28 \text{ son } \frac{5}{7} \times 28 \text{ es decir, } 5 \times 28 = 140 \text{ y } 140 \div 7 = 20$$

En conclusión, Carlos tiene 20 estampillas nacionales.

Es importante tener en cuenta que no siempre el resultado es un número natural, por ejemplo:

$$\frac{3}{5} \text{ de } 76 = \frac{3 \times 76}{5} = \frac{228}{5} = 45\frac{3}{5}$$

EJEMPLO

En el colegio, $\frac{3}{4}$ de los 1.200 estudiantes practican algún deporte.

¿Cuántos estudiantes practican algún deporte?

Se calculan los $\frac{3}{4}$ de 1.200 así:

$1.200 \div 4 = 300$, $300 \times 3 = 900$

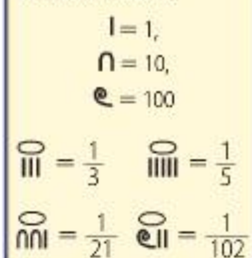
Luego, 900 estudiantes practican algún deporte.

Historia de las matemáticas

Los egipcios y las fracciones

Según evidencias encontradas en excavaciones hechas en los siglos XIX y XX, se sabe que los egipcios antiguos fueron los primeros en utilizar las fracciones.

Ellos solo usaban fracciones cuyo numerador era el 1; es decir, fracciones de la forma 1/*n*, por lo cual, se tiene claridad de que no tenían noción del concepto de número mixto.



Afianzo COMPETENCIAS

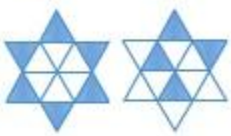
Interpreto • Argumento • Propongo • Ejercito • Razono • Soluciono problemas

Escribe una fracción que cumpla con las condiciones dadas.

1. El numerador de la fracción es la tercera parte del denominador.
2. El numerador es menor que el denominador en 5 unidades.
3. El denominador es menor que el numerador en 8 unidades y la suma de los dos números es 22.

Escribe la fracción que está representada en cada gráfico.

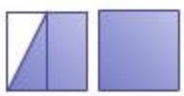
4. 

5. 

6. 

7. 

8. 

9. 

Elabora un gráfico adecuado para representar cada una de las siguientes fracciones.

10. $\frac{7}{5}$
11. $\frac{4}{9}$
12. $\frac{12}{3}$
13. $\frac{9}{4}$
14. $\frac{3}{11}$
15. $\frac{25}{8}$

En cada caso realiza el dibujo que represente la fracción indicada.

16. Si  es la unidad, representa $\frac{7}{2}$.
17. Si  es la unidad, representa $\frac{17}{4}$.
18. Si  es $\frac{1}{4}$ de unidad, representa la unidad.
19. Si  es la unidad, representa $\frac{3}{4}$.

Responde las siguientes preguntas y justifica tu respuesta.

20. ¿En un fraccionario el denominador no puede ser cero?
21. ¿El cero se puede escribir como fraccionario?
22. ¿El resultado de usar una fracción como operador puede ser otra fracción?

Resuelve.

23. En una baraja de 52 cartas, ¿qué fracción representan los ases?
24. ¿Qué fracción representan las cartas que tienen corazones?
25. ¿Qué fracción representan las figuras en la baraja?
26. María debe caminar 25 km; hasta ahora ha recorrido $\frac{3}{5}$ del camino. ¿Qué distancia le falta por caminar?
27. La edad de Claudia es $\frac{5}{6}$ de la edad de Felipe. ¿Cuánto suman las dos edades si Felipe tiene 42 años?
28. Para su cumpleaños, Mauricio compró 3 tortas y las repartió en partes iguales entre sus 24 invitados. ¿Qué fracción de pastel representa la parte que recibió cada invitado?
29. En un colegio de 1.200 estudiantes, los $\frac{5}{8}$ practican algún deporte, ¿Cuántos estudiantes no hacen deporte?

30. Plantea dos ejemplos de uso de cada uno de los significados que tiene una fracción.

Resuelve con ayuda de un gráfico.

31. ¿Qué parte es 7 de 28?
32. Marcela hace una tarea en 3 horas. ¿Qué parte de la tarea hace en una hora?
33. Un obrero hace $\frac{1}{7}$ de una obra en un día. ¿En cuánto tiempo hará toda la obra?

Lo que viene...

En las siguientes páginas conocerás las diferentes clases de fracciones. Responde ¿cuál es la diferencia entre una fracción propia y una fracción impropia?

1.3 Clases de fracciones

Las fracciones se pueden clasificar de acuerdo con el valor que tiene el numerador y el valor que tiene el denominador. Esta clasificación es la siguiente:

- Las **fracciones propias** son las que representan un número menor que la unidad y se caracterizan porque el numerador es menor que el denominador. Por ejemplo $\frac{2}{7}$, $\frac{11}{27}$ o $\frac{34}{1.531}$.
- Las **fracciones unidad** son las que representan una unidad completa y se reconocen fácilmente porque el numerador y el denominador tienen el mismo valor. Por ejemplo $\frac{7}{7}$, $\frac{11}{11}$ o $\frac{1.578}{1.578}$.
- Las **fracciones impropias** son aquellas en las que el numerador es mayor que el denominador y no es múltiplo de este; en tal caso, el número representa más de una unidad completa. Son algunos ejemplos de ellas $\frac{12}{7}$, $\frac{31}{13}$ o $\frac{4.834}{753}$.
- Las **fracciones enteras** o aparentes son aquellas cuyo numerador es múltiplo del denominador. En estos casos, la fracción representa un número exacto de unidades completas. Por ejemplo $\frac{21}{7}$ corresponde al número 3, ya que 21 dividido entre 7 es 3.

Recuerda que...

Un número natural a es múltiplo de otro número natural b si existe un tercer número natural c tal que

$$b \times c = a$$

Por ejemplo,

45 es múltiplo de 9 porque existe el número 5, tal que

$$9 \times 5 = 45$$

EJEMPLOS

1. En la clase de matemáticas, la profesora pide a sus estudiantes escribir una fracción impropia cuyo numerador sea el triple del denominador aumentado en 5 unidades. Sara responde que es imposible que dicha fracción sea impropia. Explicar por qué la afirmación de Sara es incorrecta.

La fracción planteada por la profesora puede tener muchas soluciones.

Supongamos que el denominador de la fracción fuera 6, el numerador debe ser $6 \times 3 + 5 = 23$.

Luego, una posible fracción es $\frac{23}{6}$.

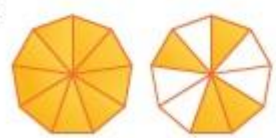
$\frac{23}{6}$ es una fracción impropia, ya que el numerador es mayor que el denominador, por lo cual podemos concluir la afirmación de Sara es incorrecta.

2. En cada salto un venado avanza $\frac{7}{8}$ metro, ¿este salto es mayor o menor que un metro?

El salto de un venado está representado por una fracción propia. Por ello, el salto es menor que un metro.

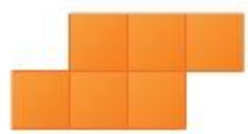
3. Indicar la clase de fracción que está representada en cada gráfico.

a. $\frac{13}{9}$



Es una fracción impropia.

b. $\frac{6}{6}$



Es una fracción igual a la unidad.

c. $\frac{1}{2}$

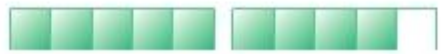
Es una fracción propia.

d. $\frac{12}{4} = 3$

Es una fracción entera.

1.4 Números mixtos

Como todas las fracciones impropias representan más de una unidad completa, se pueden representar como la suma de un número natural y un fraccionario. Por ejemplo, la fracción $\frac{9}{5}$ se puede representar gráficamente de la siguiente manera:



Esto permite observar que $\frac{9}{5}$ corresponde a 1 unidad completa y $\frac{4}{5}$ de otra unidad, es decir:

$$\frac{9}{5} = 1 + \frac{4}{5}, \text{ lo cual se puede escribir como } 1\frac{4}{5}.$$

A una expresión formada por una parte entera y una parte fraccionaria se le llama **número mixto**.

Conversión de una fracción a número mixto

Para convertir una fracción impropia a un número mixto, se deben realizar los siguientes pasos:

- **Primero,** se divide el numerador de la fracción entre el denominador.
- **Segundo,** se determina el cociente y el residuo de la división anterior.
- **Finalmente,** se escribe la fracción como un número mixto, tomando como parte entera el cociente de la división y como parte fraccionaria, la fracción propia que tiene como numerador el residuo de la división y como denominador el mismo denominador de la fracción original.

Conversión de un número mixto a fracción

Para convertir un número mixto en una fracción impropia se debe multiplicar la parte entera por el denominador del fraccionario que conforma el número mixto, y a este resultado, se le suma el numerador de la fracción.

Este valor es el numerador de la fracción impropia; el denominador corresponde al mismo denominador de la fracción inicial en el número mixto.

EJEMPLOS

Resolver las siguientes situaciones.

1. **En una ferretería se encuentran 23 frascos de laca de un cuarto de galón cada uno.**

   ¿Cuántos galones completos se pueden llenar?

La laca que hay corresponde a $\frac{23}{4}$.

Esta fracción se debe convertir a mixto, para lo cual se debe realizar la operación 23 dividido 4 cuyo cociente es 5 y su residuo es 3.

Luego el número mixto es $5\frac{3}{4}$, por tanto, se pueden llenar 5 galones completos de laca.

2. **En una distribuidora de implementos de aseo se compran 8 galones y $\frac{5}{7}$ de galón de limpiador para pisos.**

   ¿Qué fracción impropia representa la cantidad de limpiador comprado?

El número $8\frac{5}{7}$, se debe escribir como fracción así:

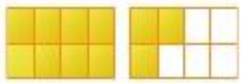
$$8\frac{5}{7} = \frac{8 \times 7 + 5}{7} = \frac{61}{7}$$

Luego, el fraccionario que representa la cantidad de galones de limpiador que se compraron es $\frac{61}{7}$.

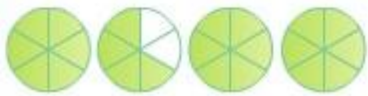
Afianzo COMPETENCIAS

Interpreto • Argumento • Ejercito • Razono • Soluciono problemas

Expresa como un número mixto la fracción representada en cada gráfico.

34. 

35. 

36. 

37. 

38. Completa la siguiente tabla.

Fracción	Numerador	Denominador	Mixto
$\frac{113}{24}$			
$\frac{19}{8}$			
$\frac{117}{7}$			
$\frac{49}{9}$			
$\frac{21}{5}$			

Escribe las fracciones impropias como número mixto y los números mixtos como fracciones impropias.

39. $\frac{25}{8}$ **42.** $6\frac{6}{13}$ **45.** $\frac{47}{7}$

40. $4\frac{2}{11}$ **43.** $\frac{100}{17}$ **46.** $7\frac{1}{5}$

41. $\frac{207}{8}$ **44.** $7\frac{3}{13}$ **47.** $9\frac{5}{9}$

Escribe F, si la afirmación es falsa o V, si es verdadera. Explica tu respuesta.

48. Existen números mixtos que no se pueden escribir como fracción. ( )

49. El número $8\frac{3}{4}$ corresponde al número mixto obtenido de la fracción $\frac{39}{4}$. ( )

50. Hay fracciones propias que se pueden escribir como números mixtos. ( )

51. Toda fracción entera se puede considerar como fracción impropia. ( )

Escribe en cada espacio la palabra correcta.

52. Todas las fracciones ________________ se encuentran entre el cero y el uno, mientras que las fracciones ________________, las cuales permiten obtener números ________________ son siempre ________________ que la unidad.

Resuelve.

53. Para preparar un vaso de jugo se necesitan $\frac{13}{4}$ de naranjas. ¿Cuántas naranjas enteras son?

54. ¿Cuántas naranjas enteras se necesitan para preparar 8 vasos de jugo?

55. María recibió dos pizzas divididas en seis porciones cada una y se comió una porción. ¿Qué número mixto representan las porciones de pizza que sobraron?

56. Diana compró 5 libras y cuarto de maíz para elaborar una torta. ¿Qué fracción impropia representa la cantidad de maíz que compró Diana?

57. Luis recorre $\frac{16}{3}$ de km para ir de su casa al museo. ¿Cuántos km completos recorre Luis en ese trayecto?

De un grupo de 32 estudiantes, 18 son mujeres. A 7 de los varones les gusta el rock; $\frac{1}{3}$ de las mujeres usa la ruta escolar; $\frac{2}{9}$ de las mujeres usan transporte privado y el resto de ellas va caminando.

58. ¿Qué fracción de los estudiantes son varones?

59. ¿Cuántas mujeres usan la ruta escolar?

60. ¿A qué fracción de los varones no le gusta el rock?

61. ¿Cuántas mujeres van caminando?

Lo que viene...

En las siguientes páginas aprenderás a representar fracciones en la recta numérica. Consulta: ¿cómo se representa una fracción impropia en la recta?

1.5 Representación de fracciones sobre la recta numérica

Actividad

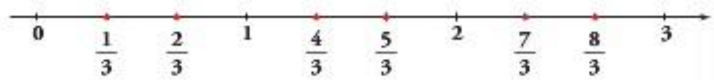
Para representar una fracción sobre una recta numérica, se deben seguir los siguientes pasos:

Primero, se ubica el número 0 en la recta numérica y se localizan los números naturales que se consideren necesarios.

Segundo, se determina qué clase de fracción es.

- En el caso de ser una fracción unidad o entera, se ubica la fracción sobre el número natural correspondiente.
- Si la fracción es propia, se divide el segmento entre cero y uno en tantas partes iguales como lo indica el denominador. Luego, se cuenta a partir del 0, la cantidad de partes que indica el numerador de la fracción para así marcar el punto. Dicho punto, es la representación de la fracción sobre la recta numérica.
- En el caso de ser una fracción impropia se puede expresar como un número mixto. Posteriormente, se ubica el número natural correspondiente a la parte entera y, en la unidad siguiente, se ubica la fracción propia del número mixto de la misma manera que en el caso anterior.

Observa la recta numérica con los números que se representaron en ella.



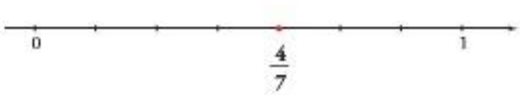
EJEMPLOS

1. **Las medidas $\frac{7}{7}$, $\frac{4}{7}$ y $\frac{19}{5}$ corresponden a la longitud de algunos soportes para una estructura. El diseñador considera necesario representarlas en la recta numérica para plantear una escala adecuada para los planos de construcción.**

   ¿Cómo le quedarían representadas estas medidas al diseñador en la recta numérica?

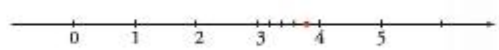
$\frac{7}{7}$ es una fracción unidad cuya ubicación coincide con el número 1.

Para ubicar la fracción $\frac{4}{7}$ se debe dividir el segmento entre 0 y 1 en 7 partes iguales, para lo cual se deben realizar 6 cortes. Luego, se cuentan cuatro de esos cortes empezando por el número siguiente al 0.



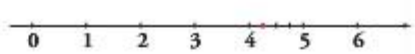
El número $\frac{19}{5}$, se debe escribir como número mixto, así $3\frac{4}{5} = \frac{19}{5}$.

Luego, se divide el segmento entre 3 y 4 en cinco partes iguales y se toman 4 de ellas.



2. **Escribir y clasificar la fracción representada en cada gráfico y clasificarla.**

La fracción es $\frac{5}{8}$ y es propia por estar entre 0 y 1.



La fracción es impropia y corresponde a $4\frac{1}{4} = \frac{17}{4}$.

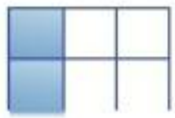
1.6 Fracciones equivalentes

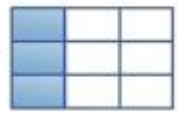
Actividad · Ampliación multimedia · Recurso imprimible

Dos fracciones son **equivalentes** si representan la misma porción de la unidad, por tanto al ser representadas sobre la recta numérica, corresponden al mismo punto.

Por ejemplo $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$ y $\frac{3}{9}$ son fracciones equivalentes, ya que representan la misma porción de la unidad como se observa a continuación:

$\frac{1}{3}$ 

$\frac{2}{6}$ 

$\frac{3}{9}$ 

Para verificar que dos fracciones son equivalentes basta con multiplicar el numerador de una de ellas por el denominador de la otra y viceversa. En los dos casos el resultado de dicho producto debe ser el mismo.

Por ejemplo, $\frac{1}{3}$ y $\frac{4}{12}$ son equivalentes ya que $1 \times 12 = 4 \times 3$.

$$12 = 12$$

> Dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes si se cumple que $a \times d = c \times b$.
> Cuando esta particularidad se cumple se puede escribir $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Complificación de fracciones

> La **complificación** de una fracción se realiza al multiplicar el numerador y el denominador por un mismo número natural.

Al realizar el proceso de complificación se obtiene una fracción equivalente a la fracción inicial. Por ejemplo, si se toma la fracción $\frac{3}{7}$ y se complifica por 5 se tiene que:

$$\frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{15}{35}$$

$\frac{3}{7}$ y $\frac{15}{35}$ son fracciones equivalentes, lo cual se representa $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$.

Simplificación de fracciones

Actividad

> La **simplificación** de una fracción se logra cuando se divide el numerador y el denominador de la fracción entre un mismo número natural.

Al realizar el proceso de simplificación, tantas veces como sea posible, se obtiene una fracción equivalente a la original que se llama **irreducible**.

Por ejemplo, $\frac{27}{45}$ se puede simplificar entre 9, lo cual permite obtener la fracción $\frac{3}{5}$,

ya que $\frac{27}{45} = \frac{27 \div 9}{45 \div 9} = \frac{3}{5}$.

Otra forma para simplificar puede ser la siguiente:

$\frac{27}{45} = \frac{27 \div 3}{45 \div 3} = \frac{9}{15}$ y $\frac{9}{15} = \frac{9 \div 3}{15 \div 3} = \frac{3}{5}$.

Historia de las matemáticas

Fracciones en la música

Se dice que Pitágoras, en el año 580 a. C. en la antigua Grecia, generó una escala musical al hacer fracciones de una cuerda tensionada. Dichas fracciones de cuerda producían sonidos agradables a los que se conoce como armónicos.

Recurso imprimible

1.7 Relación de orden en las fracciones

Actividad

Al comparar dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ solo puede darse una de las siguientes posibilidades:

- $\frac{a}{b}$ es mayor que $\frac{c}{d}$, lo cual se simboliza como $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$
- $\frac{a}{b}$ es menor que $\frac{c}{d}$, lo cual se simboliza como $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$
- $\frac{a}{b}$ es igual a $\frac{c}{d}$, lo cual se simboliza como $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Recuerda que...

Si $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ entonces, al ser representadas en la recta numérica, la fracción $\frac{a}{b}$ quedará a la derecha de la fracción $\frac{c}{d}$.

Para determinar la relación de orden entre dos fracciones resulta útil comparar los productos cruzados, en forma similar a como se hace en la de fracciones equivalentes para los cuales se tienen en cuenta las siguientes condiciones:

- $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ si $a \times d > c \times b$.

  Por ejemplo, $\frac{3}{8} > \frac{2}{7}$ porque $3 \times 7 > 2 \times 8$

- $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ si $a \times d < c \times b$.

  Por ejemplo, $\frac{15}{4} < \frac{13}{2}$ porque $15 \times 2 < 13 \times 4$

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si $a \times d = c \times b$.

  Por ejemplo, $\frac{9}{7} = \frac{18}{14}$ porque $9 \times 14 = 18 \times 7$

Cuando se desean ordenar varias fracciones primero se complifican todas de tal manera que queden con un mismo denominador.

Posteriormente, se organizan teniendo en cuenta el orden de los numeradores.

EJEMPLOS

1. En la siguiente tabla se representan los kilómetros recorridos por dos atletas durante dos días de entrenamiento:

Atleta	Lunes	Miércoles
Darío	$\frac{8}{5}$	$\frac{5}{18}$
Manuel	$\frac{5}{8}$	$\frac{4}{7}$

Determinar qué atleta recorrió la mayor distancia cada día.

Al realizar las multiplicaciones requeridas se obtiene:

$8 \times 8 > 5 \times 5$, luego, $\frac{8}{5} > \frac{5}{8}$ Darío recorrió más distancia el lunes.

$5 \times 7 < 18 \times 4$, luego, $\frac{5}{18} < \frac{4}{7}$ Manuel recorrió más distancia el miércoles.

2. Ordenar de menor a mayor las siguientes fracciones $\frac{3}{4}, \frac{11}{6}, \frac{7}{8}$ y $\frac{5}{12}$.

Primero, se busca el mcm de los denominadores, que en este caso es 24.

$$\text{mcm}(4, 6, 8, 12) = 24$$

Luego, se complifica cada fracción para que su denominador sea 24.

$$\frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{18}{24} \qquad \frac{11 \times 4}{6 \times 4} = \frac{44}{24}$$

$$\frac{7 \times 3}{8 \times 3} = \frac{21}{24} \qquad \frac{5 \times 2}{12 \times 2} = \frac{10}{24}$$

Así, $\frac{10}{24} < \frac{18}{24} < \frac{21}{24} < \frac{44}{24}$

Por tanto, el orden es $\frac{5}{12} < \frac{3}{4} < \frac{7}{8} < \frac{11}{6}$

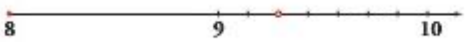
Afianzo COMPETENCIAS

Interpreto · Argumento · Ejercito · Razono · Soluciono problemas

I Escribe la fracción representada en cada gráfica.

62. 

63. 

64. 

65. 

E Escribe <, >, o = según corresponda. Luego, representa cada par de fracciones en la recta numérica.

66. $\frac{7}{5} \square \frac{11}{6}$

67. $\frac{72}{13} \square \frac{216}{52}$

68. $\frac{7}{18} \square \frac{56}{96}$

69. $\frac{9}{12} \square \frac{3}{4}$

70. $\frac{55}{30} \square \frac{12}{6}$

71. $\frac{2}{7} \square \frac{1}{4}$

E 72. Ordena las siguientes fracciones de menor a mayor.

$\frac{13}{5}, \frac{7}{3}, \frac{1}{2}, \frac{23}{4}, \frac{5}{7}$

R Escribe el valor que hace que las fracciones sean equivalentes.

73. $\frac{27}{6}$ y $\frac{9}{?}$

74. $\frac{28}{49}$ y $\frac{?}{7}$

75. $\frac{9}{?}$ y $\frac{72}{96}$

A Responde y justifica.

76. ¿Es posible que dos fracciones sean equivalentes y al ubicarlas en la recta numérica queden en puntos diferentes?

77. ¿Si un fraccionario es mayor que otro es porque es impropio?

78. ¿Dos fracciones equivalentes con diferente denominador no pueden tener el mismo numerador?

E Representa cada una de las siguientes fracciones en la recta numérica e indica si es propia o impropia. Utiliza una recta en cada caso.

79. $\frac{25}{8}$

80. $\frac{4}{5}$

81. $\frac{3}{7}$

82. $\frac{17}{3}$

83. $\frac{5}{9}$

84. $\frac{1}{4}$

S Resuelve los siguientes problemas.

85. Cada color de este tiro al blanco representa un puntaje diferente así:
$\frac{1}{4}, \frac{2}{5}$, 1 y $\frac{1}{3}$. Ubica cada fracción en el lugar que corresponda, teniendo en cuenta que el puntaje mayor debe quedar en el centro y el menor en el borde.

86. Luisa bebe $\frac{5}{3}$ litros de limonada al día mientras que su hermano mayor bebe $\frac{3}{4}$ litros de jugo de naranja, ¿quién consume más jugo?

Carlos estudia $\frac{4}{3}$ de hora al día y su hermana $\frac{15}{6}$ de hora.

87. ¿Cuál de los dos estudia más?

88. Si ambos empiezan a estudiar a las 8:15 a. m, ¿a qué hora termina cada uno?

89. Escribe las cantidades de tiempo en minutos.

En el mercado se venden diferentes llaves para múltiples usos. Estas llaves se clasifican dependiendo de su tamaño, el cual se mide con referencia a la pulgada.

90. Ordena de menor a mayor las llaves cuyas medidas son $\frac{11}{16}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{7}{8}$ y 1 pulgada.

91. Establece la medida de una llave que esté entre la de $\frac{11}{16}$ y $\frac{7}{8}$ de pulgada.

92. Cuatro amigas fueron a un restaurante a cenar. Al recibir la cuenta observan que Angélica paga $\frac{1}{10}$, Tania $\frac{2}{5}$, Sofía $\frac{3}{8}$ y Natalia $\frac{1}{8}$. ¿Quién pagó más?

Lo que viene...

En las siguientes páginas aprenderás suma y resta de fracciones. Averigua cómo se restan fracciones de igual denominador.

Ampliación multimedia

Actividad

2. Operaciones entre fracciones

Entre las fracciones se pueden realizar las mismas operaciones planteadas con los números naturales. Además, cumplen las propiedades para las operaciones entre números naturales.

Recuerda que...

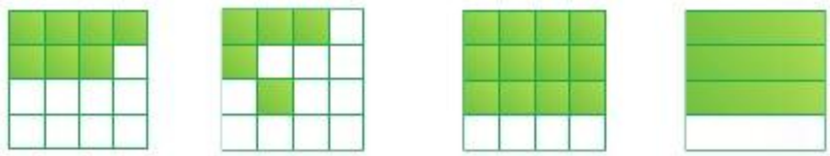
Para sumar o restar números mixtos, estos se deben convertir en fracciones impropias y se deben realizar las operaciones como fracciones normales.

2.1 Adición y sustracción de fracciones

Recurso imprimible

Para sumar o restar dos o más fracciones con el mismo denominador (fracciones homogéneas), basta con sumar o restar los numeradores de las fracciones, dejando el mismo denominador. Si la fracción resultante se puede simplificar, esta debe expresarse como fracción irreducible. Por ejemplo,

$$\frac{7}{16} + \frac{5}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$



De otro lado, para sumar o restar fracciones con diferente denominador (fracciones heterogéneas) se realizan los siguientes pasos:

- **Primero,** se busca un denominador común para todas las fracciones, el cual corresponde al mínimo común múltiplo de los denominadores de dichas fracciones.
- **Posteriormente,** se complifica cada una de las fracciones de tal manera que todas queden con el denominador que se encontró en el paso anterior.
- **Luego,** se suman o restan las fracciones homogéneas que se han obtenido, es decir, se suman o restan los numeradores encontrados, se deja como denominador el denominador común.
- **Finalmente,** se simplifica el resultado obtenido, si es posible.

EJEMPLO

Un frasco contiene $\frac{9}{24}$ kg de sodio. Si se usaron $\frac{3}{18}$ kg de sodio para producir una solución salina, ¿cuánto sodio quedó en el frasco?

Para resolver esta situación se realiza la siguiente resta $\frac{9}{24} - \frac{3}{18}$. Para ello, primero se busca el mcm entre 24 y 18.

$$\begin{array}{cc|c} 24 & 18 & 2 \\ 12 & 9 & 2 \\ 6 & 9 & 2 \\ 3 & 9 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & \end{array}$$

$$\text{mcm }(28, 18) = 2^3 \times 3^2 = 72$$

Como el mínimo común múltiplo es 72, se debe complificar cada fracción para que el denominador sea este valor.

$$\frac{9}{24} = \frac{9 \times 3}{24 \times 3} = \frac{27}{72}$$

$$\frac{3}{18} = \frac{3 \times 4}{18 \times 4} = \frac{12}{72}$$

Por lo tanto, la operación que se debe realizar es:

$$\frac{27}{72} - \frac{12}{72}$$

$$\frac{27}{72} - \frac{12}{72} = \frac{27 - 12}{72} = \frac{15}{72}$$

$$\frac{15 \div 3}{72 \div 3} = \frac{5}{24}$$ Esta fracción se puede simplificar entre 3.

Por tanto, quedaron $\frac{5}{24}$ kg de sodio en el frasco.

2.2 Operaciones combinadas

Para resolver expresiones en las que se incluyen sumas y restas de fracciones es necesario seguir algunos pasos fundamentales:

- **Primero,** si la expresión tiene números mixtos, estos se deben transformar en fracciones impropias.
- **Segundo,** se debe expresar cada fracción con un común denominador. Es decir, se debe complificar cada fracción para que queden con el mismo mínimo común múltiplo de los denominadores.
- **Luego,** se resuelve la suma o resta de fracciones teniendo en cuenta que cada numerador conserva el mismo signo de la fracción en que se encuentra.
- **Finalmente,** se simplifica si es posible.

Si la expresión tiene signos de agrupación, estos se deben eliminar y se resuelven las operaciones dentro de ellos.

EJEMPLOS

1. En un ejercicio de las olimpiadas matemáticas de un colegio, piden encontrar la parte entera de la respuesta a la expresión.

$$\frac{6}{7}+\frac{9}{14}-\frac{3}{10}$$

Primero, se busca el denominador común.

7	14	10	2
7	7	5	5
7	7	1	7
1	1	1	

mcm (7, 14, 10) = 70

Como el mcm de los denominadores es 70, se complifica cada fracción para que quede con ese denominador:

$$\frac{6}{7}=\frac{6\times 10}{7\times 10}=\frac{60}{70}$$

$$\frac{9}{14}=\frac{9\times 5}{14\times 5}=\frac{45}{70}$$

$$\frac{3}{10}=\frac{3\times 7}{10\times 7}=\frac{21}{70}$$

Luego, se realiza la operación entre las fracciones obtenidas

$$\frac{6}{7}+\frac{9}{14}-\frac{3}{10}=\frac{60}{70}+\frac{45}{70}-\frac{21}{70}$$
$$=\frac{84}{70}$$

Finalmente, se escribe $\frac{84}{70}$ como un número mixto de modo que se obtiene $1\frac{14}{70}=1\frac{1}{5}$, luego la parte entera es 1.

2. Resolver la expresión $\left(\frac{5}{3}+2\frac{1}{5}\right)-\left(3-\frac{7}{15}\right)$

Se debe resolver la operación indicada en cada paréntesis.

$$\left(\frac{5}{3}+\frac{11}{5}\right)-\left(\frac{3}{1}-\frac{7}{15}\right)$$ Se convierte el mixto a fracción.

$$=\left(\frac{25}{15}+\frac{33}{15}\right)-\left(\frac{45}{15}-\frac{7}{15}\right)$$ Se busca el mcm de los denominadores y se complifica.

$$=\frac{58}{15}-\frac{38}{15}$$ Se resuelven las operaciones en cada paréntesis.

$$=\frac{20}{15}$$ Se resuelve la resta.

La respuesta $\frac{20}{15}$ se puede simplificar dividiendo el numerador y el denominador de la fracción entre 5, así:

$$\frac{20\div 5}{15\div 5}=\frac{4}{3}$$

Afianzo COMPETENCIAS

Interpreto • Argumento • Propongo • Ejercito • Soluciono problemas

Completa.

93. La ____________ es el proceso usado para buscar el denominador común de dos fracciones heterogéneas.

94. Para obtener el valor por el cual se debe complificar cada una de las fracciones heterogéneas que se van a ____________ o a ____________ se debe dividir el ____________ de los denominadores entre cada ____________.

Realiza las siguientes operaciones.

95. $\frac{3}{5} + \frac{11}{4} + 2\frac{3}{10}$

96. $8 + \frac{5}{9} - \frac{1}{6} - 2$

97. $6\frac{3}{4} - \frac{11}{4} - 1\frac{2}{5}$

98. $\frac{16}{7} + 2\frac{5}{14} - 4\frac{1}{2}$

99. Completa la tabla. Para ello, ten en cuenta que la fracción que debes escribir en cada casilla corresponde a la suma de las fracciones de las casillas en la fila y en la columna respectivas.

$+$	$\frac{13}{4}$		$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{14}$
$\frac{13}{4}$				
$\frac{1}{2}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{11}{10}$		
			$\frac{47}{20}$	
4				

Resuelve las siguientes expresiones.

100. $\left(2\frac{3}{5} + 3\frac{1}{2} - \frac{8}{3}\right) + \left(2\frac{3}{5} + 1\frac{5}{7} - \frac{11}{5}\right)$

101. $\left(\frac{18}{7} + 3 - \frac{5}{4}\right) + \left(1\frac{2}{7} + \frac{13}{7} - 2\frac{1}{7}\right)$

De un cilindro de gas se gastó, en la primera semana, $\frac{1}{5}$ parte; en la siguiente semana, $\frac{1}{7}$ y en la última semana, exactamente la mitad del cilindro.

102. ¿Se puede afirmar que la cantidad de gas que queda en el cilindro es mayor a la gastada en la segunda semana? Justifica tu respuesta.

Soluciona.

Sofía camina $\frac{2}{3}$ km para ir de su casa al parque, $\frac{3}{14}$ km para ir del colegio al supermercado, $\frac{5}{2}$ km para ir del parque al colegio y $2\frac{5}{7}$ km para ir del supermercado a la casa.

103. ¿Cuál es la distancia que recorre Sofía de la casa al colegio pasando por el parque?

104. ¿Cuál es la distancia que recorre del colegio a la casa pasando por el supermercado?

105. ¿Qué camino es más corto?

106. Dibuja un mapa en el que representes los recorridos que hace Sofía.

Una máquina teje $\frac{1}{4}$ de una pieza de tela de 84 metros. Al día siguiente teje $\frac{2}{7}$ de la tela que queda.

107. ¿Que fracción de tela le quedan por tejer?

108. ¿Cuántos metros de tela le queda por tejer?

109. Ricardo deja de herencia $\frac{2}{3}$ de su hacienda a sus hijos, $\frac{1}{8}$ a una fundación para huérfanos y el resto, a un hospital. ¿Qué fracción representa la parte que deja Ricardo al hospital?

Juan sembró brócoli en $\frac{1}{6}$ de su huerta y zanahoria en $\frac{2}{3}$. En el resto, que son 42 metros cuadrados, sembró lechuga.

110. ¿Cuánto mide el terreno de la huerta?

111. Usando las fracciones $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{4}$ y $\frac{5}{9}$, comprueba que se cumplen las propiedades conmutativa, asociativa y modulativa para la suma de fracciones.

Lo que viene...

En las siguientes páginas aprenderás a multiplicar fracciones. ¿Cómo se multiplica una fracción por un número natural?

2.3 Multiplicación de fracciones

Para multiplicar dos o más fracciones, se halla el producto de los numeradores, y el producto de los denominadores y luego, se simplifica el resultado obtenido. En general se puede expresar que:

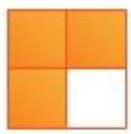
Si a, b, c, d son números naturales, donde $b, d \neq 0$, se tiene que:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Por ejemplo, para multiplicar $\frac{1}{4} \times \frac{3}{5}$ se debe realizar $\frac{1 \times 3}{4 \times 5} = \frac{3}{20}$.

En algunos casos es fácil representar gráficamente la multiplicación de fracciones. Por ejemplo, la operación $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ se puede representar como se ve en la siguiente gráfica:

$\frac{3}{4}$



$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

En otros casos, se pueden simplificar las fracciones antes de realizar la multiplicación. Esto facilita las operaciones que se quieren realizar. Por ejemplo, para resolver la operación $\frac{15}{4} \times \frac{7}{10} \times \frac{8}{6}$ es mejor realizar la simplificación que se indica a continuación:

$\frac{15}{4} \times \frac{7}{10} \times \frac{8}{6}$ Se plantea la multiplicación.

$= \frac{3}{4} \times \frac{7}{2} \times \frac{8}{6}$ Se simplifican 15 y 10 entre 5.

$= \frac{3}{1} \times \frac{7}{2} \times \frac{2}{6}$ Se simplifican 4 y 8 entre 4.

$= \frac{1}{1} \times \frac{7}{2} \times \frac{2}{2}$ Se simplifican 3 y 6 entre 3.

$= \frac{1}{1} \times \frac{7}{2} \times \frac{1}{1}$ Se simplifica entre 2.

Por tanto, al reducir la multiplicación se obtiene que $\frac{1}{1} \times \frac{7}{2} \times \frac{1}{1} = \frac{7}{2}$.

Inverso multiplicativo de una fracción

El **inverso multiplicativo de una fracción,** también conocido como **recíproco,** es la fracción que tiene por numerador el denominador de la primera fracción y por denominador, su numerador. Así,

Si $m, n \in \mathbb{N}$, con m y $n \neq 0$ entonces, el inverso multiplicativo de $\frac{m}{n}$ es $\frac{n}{m}$.

Si $a \in \mathbb{N}$ y $a \neq 0$ este se puede escribir como $\frac{a}{1}$ y su inverso será $\frac{1}{a}$.

Por ejemplo, el inverso multiplicativo de $\frac{3}{5}$ es $\frac{5}{3}$, el inverso multiplicativo de $\frac{1}{4}$ es $\frac{4}{1}$ o 4 y el inverso multiplicativo de 7 es $\frac{1}{7}$.

Recuerda que...

El producto de una fracción por su inverso multiplicativo, siempre da como resultado 1.

Por ejemplo, el inverso multiplicativo de 9 es $\frac{1}{9}$ y se cumple que:

$9 \times \frac{1}{9} = \frac{9}{9} = 1$

El recíproco de $\frac{3}{7}$ es $\frac{7}{3}$ y

$\frac{3}{7} \times \frac{7}{3} = \frac{21}{21} = 1$

2.4 División de fracciones

Recurso imprimible

Recuerda que...

Otra forma para realizar división de fracciones es multiplicando los términos de los fraccionarios de manera cruzada, es decir:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Para realizar la división de dos fraccionarios se debe resolver la multiplicación de la primera fracción (dividendo) por el recíproco de la segunda fracción (divisor).

Si a, b, c, d son números naturales, donde $b, c, d \neq 0$, se tiene que:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Es importante tener en cuenta que si en la división aparece un número mixto, este se debe escribir como una fracción impropia y luego, realizar la operación indicada.

Por ejemplo, para resolver $\frac{5}{9} \div \frac{8}{7}$ se tiene que:

$\frac{5}{9} \div \frac{8}{7} = \frac{5}{9} \times \frac{7}{8}$ Pues $\frac{7}{8}$ es el inverso multiplicativo de $\frac{8}{7}$.

$= \frac{35}{72}$ Se multiplican los numeradores y los denominadores.

$\frac{35}{72}$ es una fracción irreducible, por lo tanto, esta es la respuesta a la operación planteada.

Fracciones complejas

Se denomina **fracción compleja** a una expresión cuyo numerador y denominador es un fraccionario. Para simplificar una fracción compleja se debe realizar la división que está indicada entre la fracción numerador y la fracción denominador. Por ejemplo, la fracción

$$\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3}}}$$ es compleja.

EJEMPLOS

1. La rapidez de un objeto en movimiento se encuentra dividiendo la distancia recorrida entre el tiempo empleado. Encontrar la rapidez de una patinadora que recorre $\frac{7}{5}$ de kilómetro en $\frac{3}{4}$ de hora.

Se divide $\frac{7}{5}$ entre $\frac{3}{4}$ así:

$\frac{7}{5} \div \frac{3}{4}$ Se plantea la división.

$= \frac{7}{5} \times \frac{4}{3}$ Se expresa la división como multiplicación.

$= \frac{28}{15}$ Se calcula el producto.

Por tanto, la rapidez de la patinadora es de $\frac{28}{15}$ kilómetros por hora.

2. Encontrar el resultado de la siguiente fracción compleja.

$$\frac{\frac{2}{5} \times \frac{8}{3}}{12}$$

$\frac{\frac{2}{5} \times \frac{8}{3}}{12} = \frac{\frac{2 \times 8}{5 \times 3}}{12}$ Fracción compleja dada.

$= \frac{\frac{16}{15}}{12}$ Se multiplican las fracciones del numerador.

$= \frac{16}{15} \div \frac{12}{1}$ Se plantea la división.

$= \frac{16}{15} \times \frac{1}{12}$ Se plantea la multiplicación por el inverso multiplicativo de la fracción.

$= \frac{16}{180}$

$= \frac{4}{45}$ Se simplifica.

Afianzo COMPETENCIAS

Interpreto • Argumento • Propongo • Ejercito • Razono • Soluciono problemas

Encuentra el valor de cada expresión.

112. $\frac{3}{5}$ de 25

113. $\frac{2}{3}$ de 144

114. $\frac{9}{4}$ de 64.000

115. $\frac{2}{3}$ de los $\frac{9}{10}$ de 15

116. $\frac{6}{5}$ de los $\frac{12}{36}$ de $\frac{10}{16}$

117. La mitad de $\frac{11}{3}$

Escribe los números que faltan para que la operación sea correcta.

118. $\frac{3}{4} \times \frac{9}{\square} = \frac{27}{32}$

119. $\frac{12}{5} \times \frac{\square}{7} = \frac{96}{35}$

120. $\frac{2}{\square} \times \frac{24}{7} = \frac{\square}{49}$

121. $\frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{28}{45}$

122. $\frac{8}{3} \div \frac{\square}{2} = \frac{16}{27}$

123. $\frac{8}{9} \div \frac{5}{\square} = \frac{128}{45}$

124. $\frac{8}{15} \div \frac{\square}{\square} = \frac{72}{60}$

125. $\frac{\square}{\square} \div \frac{\square}{\square} = \frac{8}{9}$

Realiza las operaciones indicadas.

126. $\dfrac{\frac{12}{5}}{4} \times \dfrac{\frac{2}{4}}{\frac{5}{3}}$

127. $\dfrac{\frac{3}{2}}{\left(\frac{24}{3}\right) \div \left[\frac{8}{9} \div \frac{1}{6}\right]}$

128. $3\frac{1}{2} \times 1\frac{9}{12} \times 1\frac{7}{8}$

129. $\left(3\frac{1}{5} \div 1\frac{9}{11}\right) \times \frac{7}{8}$

130. $\dfrac{\left[\frac{9}{22} \times \left(\frac{5}{8} \div \frac{1}{6}\right)\right]}{\left[\left(\frac{5}{9} \times \frac{3}{10}\right) \div \frac{1}{8}\right]}$

131. $\dfrac{\frac{10}{12}}{3} \times \dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{2}}$

Determina si cada afirmación es verdadera o falsa. Luego, escribe un ejemplo que justifique tu respuesta.

132. Todo número natural tiene recíproco. ( )

133. La división entre fracciones es conmutativa. ( )

134. El inverso de un número primo siempre es una fracción propia. ( )

135. Una fracción compleja siempre es impropia. ( )

Resuelve.

136. La altura de un rectángulo es de 8 cm. Si la base mide dos quintos de la medida de la altura, ¿cuál es el área y el perímetro del rectángulo?

137. 120 fichas son la séptima parte de la fichas del juego de Leonardo. ¿Cuántas fichas tiene el juego en total?

138. En un frasco caben $\frac{2}{9}$ de litro de jarabe. ¿Cuántos frascos completos se pueden llenar con $5\frac{1}{2}$ litros?

Julieta está aprendiendo a preparar una torta especial y la receta dice que los ingredientes que necesita son:

$\frac{1}{3}$ de un paquete de 750 g de azúcar.

$\frac{3}{4}$ de un kilo de harina de trigo.

$\frac{3}{5}$ de una barra de mantequilla de 250 g.

139. ¿Cuántos gramos pesará en total la torta si solo usa esos ingredientes?

140. ¿Cuánta harina se necesitará para preparar cinco tortas usando los mismos ingredientes?

141. Si en el supermercado cercano a la casa de Julieta solo venden la harina por libras, ¿cuántas libras de harina tendrá que comprar para las cinco tortas y cuánta harina le va a sobrar?

142. Elabora la receta que necesitaría Julieta para preparar una torta de las $\frac{3}{4}$ partes de la torta inicial.

2.5 Polinomios aritméticos con fracciones

Al igual que en las operaciones combinadas con números naturales, un **polinomio aritmético con fracciones** es una expresión en la cual aparecen diferentes operaciones para realizar.

Cuando se quiere simplificar un polinomio aritmético con fracciones, se debe tener en cuenta que:

Si hay operaciones entre paréntesis, se deben realizar primero, posteriormente, se realizan las multiplicaciones y las divisiones y, por último, las sumas o restas.

EJEMPLOS

Efectuar las operaciones indicadas en la siguiente expresión:

$$\frac{\left(1\frac{1}{4}+\frac{1}{10}-\frac{4}{15}\right)\times\left(\frac{35}{39}\div\frac{15}{3}\right)}{\frac{15}{13}}$$

Luego, simplificar, si es posible.

$$\frac{\left(1\frac{1}{4}+\frac{1}{10}-\frac{4}{15}\right)\times\left(\frac{35}{39}\div\frac{15}{3}\right)}{\frac{15}{13}}$$ Expresión planteada.

$$=\frac{\left(\frac{5}{4}+\frac{1}{10}-\frac{4}{15}\right)\times\left(\frac{7}{39}\right)}{\frac{15}{13}}$$ Se convierte el número mixto a fracción y se resuelve la división en el segundo paréntesis.

$$=\frac{\left(\frac{75}{60}+\frac{6}{60}-\frac{16}{60}\right)\times\left(\frac{7}{39}\right)}{\frac{15}{13}}$$ Se busca el mcm y se complifican las fracciones.

$$=\frac{\left(\frac{65}{60}\right)\times\left(\frac{7}{39}\right)}{\frac{15}{13}}$$ Se resuelven las operaciones que están en el primer paréntesis.

$$=\frac{\left(\frac{7}{36}\right)}{\frac{15}{13}}$$ Se simplifica el numerador y se resuelve la multiplicación.

$$=\frac{7}{36}\div\frac{15}{13}$$ Se plantea la división.

$$=\frac{91}{540}$$ Se multiplica y se escribe el resultado.

Luego, se tiene que:

$$\frac{\left(1\frac{1}{4}+\frac{1}{10}-\frac{4}{15}\right)\times\left(\frac{35}{39}\div\frac{15}{3}\right)}{\frac{15}{13}}=\frac{91}{540}$$

2.6 Solución de problemas con fracciones que involucran las operaciones básicas

Recurso imprimible

Para resolver problemas en los que se requiere emplear operaciones con números fraccionarios es importante seguir los siguientes pasos:

- **Primero,** se lee el problema varias veces, hasta determinar claramente la información suministrada y los datos que se quieren averiguar.
- **Segundo,** se determinan las operaciones que se van a efectuar y lo que representa el resultado de cada una de esas operaciones.
- **Tercero,** se realizan las operaciones previstas.
- **Finalmente,** se analiza si el resultado obtenido es coherente con los datos planteados y se contesta la pregunta que se busca resolver.

EJEMPLOS

Solucionar los siguientes problemas.

a. Una etapa de una competencia de ciclismo tiene 429 km. El ciclista *A* lleva recorridos los $\frac{7}{11}$ del trayecto en el momento en el que el ciclista *B* ha recorrido los $\frac{8}{13}$ del mismo.

¿Cuál de los dos ciclistas va primero? ¿Cuántos kilómetros lleva recorridos cada uno?

Como la primera pregunta busca determinar quién ha recorrido la mayor distancia se deben comparar las fracciones.

Se realiza el proceso para determinar la relación de orden entre las fracciones $\frac{7}{11}$ y $\frac{8}{13}$:

$$7 \times 13 = 91 \text{ y } 8 \times 11 = 88$$

Como el resultado mayor es 91 y se obtuvo con el numerador 7, se puede afirmar que $\frac{7}{11} > \frac{8}{13}$, luego, el ciclista *A* va primero.

Para saber cuántos kilómetros lleva recorrido cada ciclista se debe usar la fracción recorrida por cada uno como operador del número de kilómetros de la etapa.

$\frac{7}{11} \times 429 = \frac{3.003}{11} = 273$ km recorridos por *A*.

$\frac{8}{13} \times 429 = \frac{3.432}{13} = 264$ km recorridos por *B*.

b. María mezcla dos galones y cuarto de pintura azul con $\frac{3}{5}$ de galón de pintura amarilla, para pintar su habitación de color verde.

¿Cuánta pintura tiene María para pintar? ¿Cuánta pintura le sobrará o le faltará si sabe que su habitación requiere 4 galones?

Para saber la cantidad de pintura que tiene, se deben sumar las cantidades de pintura que se van a mezclar.

La pintura azul es $2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$ galones

$\frac{9}{4} + \frac{3}{5} = \frac{45}{20} + \frac{12}{20} = \frac{57}{20} = 2\frac{17}{20}$ galones de pintura verde.

Se puede observar que hace falta pintura, y la cantidad se puede encontrar restando.

$4 - 2\frac{17}{20}$

$= \frac{4}{1} - \frac{57}{20}$ Se convierte el minuendo a fracción impropia.

$= \frac{80}{20} - \frac{57}{20}$ Se establece un denominador común.

$= \frac{23}{20} = 1\frac{3}{20}$ Se efectúa la resta.

Luego, faltan $1\frac{3}{20}$ galones de pintura para acabar de pintar la habitación de María.

Afianzo COMPETENCIAS

Interpreto • Argumento • Propongo • Ejercito • Soluciono problemas

Observa la situación y responde.

143. ¿Qué fracción del queso se lleva el comprador?

144. ¿Cuántos kilos de queso le quedan al vendedor?

145. ¿Cuánto cuesta el queso que compró el señor?

Resuelve las operaciones y simplifica el resultado.

146. $\left(\frac{3}{10} + \frac{7}{18}\right) \times \left(\frac{12}{4} - \frac{7}{4}\right)$

147. $\dfrac{\frac{2}{17} \times \left(\frac{4}{5} + \frac{7}{4}\right)}{\left(\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{5}\right)}$

148. $\dfrac{8 - \frac{4}{5} \times \frac{7}{4}}{\left(2\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{5}\right) \div \left(\frac{6}{7} + 2\right)}$

149. $\dfrac{2 \times \left(\frac{18}{7} - 1\frac{2}{3}\right)}{\left(2 - \frac{3}{5}\right) \div \frac{14}{5}}$

150. $\dfrac{\left(\frac{4}{3} + \frac{12}{21}\right) \div \left(\frac{7}{15} + \frac{7}{12}\right)}{\left(\frac{7}{4} \times \frac{2}{21}\right) + \left(\frac{5}{6} \div \frac{1}{5}\right)}$

151. $\dfrac{\left(\frac{4}{7} + \frac{2}{21}\right) \div \left(2\frac{8}{9} - 1\frac{5}{8}\right)}{\frac{21}{2} \times \left(\frac{13}{7} \div \frac{3}{5}\right)}$

152. **Un motociclista recorre 90 km en media hora; esta distancia corresponde a las $\frac{2}{3}$ partes de la distancia total que piensa recorrer. ¿Alcanzará a recorrer dicha distancia en una hora? Ten en cuenta que su velocidad es constante.**

Calcula el valor de las siguientes expresiones sabiendo que $a = \frac{3}{5}, b = \frac{8}{3}, c = 5, d = \frac{3}{8}$.

153. $a + b$

154. $(a + b) \times c + d$

155. $(a + b) \div d$

156. $(b + d) + (c \div d)$

157. $(a + b) + c$

158. $(b \times d) + (c \div d)$

159. $(a + b) \times (c + d)$

160. $(c + a - b) \div (b - d)$

161. $(b \div d) \div (c \div d)$

162. $(b \times d) \div (a + b)$

Resuelve las situaciones.

163. Un tanque tiene 350 litros de agua, lo cual equivale a los $\frac{5}{7}$ de su capacidad total. ¿Cuánta agua le cabe en total al tanque?

164. Los $\frac{3}{8}$ de un número son 48. Si multiplicamos el número inicial por $\frac{1}{3}$, ¿cuál es el resultado?

Un parque de forma rectangular tiene $\frac{3}{7}$ de km de ancho y $\frac{28}{15}$ de km de largo.

165. ¿Cuánto mide el área del parque?

166. ¿Qué distancia recorre Felipe si da 5 vueltas a ese terreno cada día?

167. ¿Cuántos kilómetros corre Felipe en los 7 días de la semana?

168. ¿Cuánta distancia le sobra o le falta recorrer a Felipe para lograr los $47\frac{1}{2}$ kilómetros previstos para su entrenamiento?

Formula una pregunta a partir de la información dada y luego resuélvela.

169. Mauricio camina media hora en la mañana, $1\frac{1}{4}$ horas en la tarde y $\frac{3}{4}$ de hora en la noche.

2.7 Potenciación de fracciones

Recurso imprimible

La **potenciación entre fracciones** es una operación que consiste en multiplicar por sí mismo el número de la base tantas veces como lo indica el exponente.

Sean a, b, c, d y $m \in \mathbb{N}$ con $b, d \neq 0$, se tiene que:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \ldots \times \frac{a}{b}}_{m \text{ factores}} = \frac{a^m}{b^m} = \frac{c}{d}$$

EJEMPLOS

1. Resolver las siguientes potencias.

a. $\left(\frac{7}{3}\right)^4$

$$\left(\frac{7}{3}\right)^4 = \frac{7}{3} \times \frac{7}{3} \times \frac{7}{3} \times \frac{7}{3}$$

$$= \frac{7^4}{3^4} = \frac{2.401}{81}$$

por lo cual se puede escribir que

$$\left(\frac{7}{3}\right)^4 = \frac{2.401}{81}$$

donde $\frac{7}{3}$ es la base, 4 es el exponente y $\frac{2.401}{81}$ es la potencia.

b. $\left(\frac{5}{1}\right)^3$

$$\left(\frac{5}{1}\right)^3 = \frac{5}{1} \times \frac{5}{1} \times \frac{5}{1}$$

$$= \frac{5^3}{1^3} = \frac{125}{1}$$

$$= 125$$

lo cual equivale a realizar 5^3.

2. Responder, ¿$\frac{2^3}{5}$ es igual a $\left(\frac{2}{5}\right)^3$?

Es importante tener presente que $\frac{2^3}{5}$ es diferente de $\left(\frac{2}{5}\right)^3$, porque son operaciones con las que se obtienen diferentes resultados, pues:

$$\frac{2^3}{5} = \frac{2 \times 2 \times 2}{5} = \frac{8}{5}$$

ya que solamente el numerador está afectado por el exponente.

Cuando el fraccionario está entre paréntesis se resuelve:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$$

Por lo cual, para indicar la potenciación de un número fraccionario, es necesario escribirlo entre paréntesis.

2.8 Propiedades de la potenciación de fracciones

Las propiedades que cumple la potenciación de fracciones se pueden comprobar con base en las propiedades de la multiplicación y de la potenciación de números naturales y son las siguientes:

- **Producto de potencias de igual base**. Para multiplicar dos o más potencias de igual base, se deja la misma base y se suman los exponentes.

  Simbólicamente se tiene que $\left(\frac{a}{b}\right)^m \times \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n} = \frac{a^{m+n}}{b^{m+n}}$, donde $b \neq 0$

  Por ejemplo, $\left(\frac{2}{7}\right)^2 \times \left(\frac{2}{7}\right)^4 = \left(\frac{2}{7}\right)^{2+4} = \left(\frac{2}{7}\right)^6$

- **Cociente de potencias de igual base**. Para dividir potencias de igual base, se mantiene la misma base y se restan los exponentes.

  Simbólicamente se tiene que $\left(\frac{a}{b}\right)^m \div \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n} = \frac{a^{m-n}}{b^{m-n}}$, donde $b \neq 0$ y $m > n$

  Es importante notar que la división se puede representar con el símbolo $\div$ o en forma de fracción compleja.

  Por ejemplo, $\left(\frac{3}{5}\right)^5 \div \left(\frac{3}{5}\right) = \left(\frac{3}{5}\right)^{5-1} = \left(\frac{3}{5}\right)^4$

- **Potencia de una potencia**. Para elevar una potencia a otra potencia, se deja la misma base y se multiplican los exponentes.

  Simbólicamente, se tiene que $\left(\left(\frac{a}{b}\right)^m\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \times n}$ donde $b \neq 0$

  Por ejemplo, $\left(\left(\frac{9}{4}\right)^5\right)^2 = \left(\frac{9}{4}\right)^{5 \times 2} = \left(\frac{9}{4}\right)^{10}$

- **Potencia de un producto**. La potencia de un producto es el producto de las potencias de cada una de las fracciones que se multiplican.

  Simbólicamente, se tiene que $\left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m \times \left(\frac{c}{d}\right)^m$ donde b y $d \neq 0$

  Por ejemplo, $\left(\frac{11}{5} \times \frac{8}{9}\right)^4 = \left(\frac{11}{5}\right)^4 \times \left(\frac{8}{9}\right)^4$

Potencias con 0 y 1

- Al igual que con los números naturales, toda fracción elevada al exponente cero da como resultado 1, excepto el cero, es decir:

  $$\left(\frac{3}{5}\right)^0 = 1; (8)^0 = \left(\frac{8}{1}\right)^0 = 1$$

  El caso 0^0 no está definido. En general $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$ si $\left(\frac{a}{b}\right) \neq 0$.

- Todo número elevado al exponente uno, da como resultado el mismo número. Por ejemplo:

  $$\left(\frac{3}{5}\right)^1 = \frac{3}{5}; (8)^1 = \left(\frac{8}{1}\right)^1 = \frac{8}{1} = 8$$

  En general, $\left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b}$.

2.9 Radicación de fracciones

Al igual que para los números naturales, la **radicación entre fracciones** se puede interpretar como una operación inversa a la potenciación que permite hallar la base cuando se conocen el exponente y la potencia.

Para encontrar cualquier raíz de una fracción se debe hallar la raíz correspondiente del numerador y del denominador de la fracción.

Si a, b y $m \in \mathbb{N}$ $m \geq 2$ con $b \neq 0$ entonces $\sqrt[m]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}$

Por ejemplo,

$$\sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{3}{4}$$

La radicación entre fracciones cumple las mismas propiedades que la radicación entre números naturales, pero se dejará su comprobación como un ejercicio para esta sección.

EJEMPLOS

1. Usar las propiedades de la potenciación para hallar el resultado de la expresión

$$\frac{\left(\frac{7}{5}\right)^6 \times \left(\frac{7}{5}\right)^7}{\left[\left(\frac{7}{5}\right)^2\right]^5 \times \left(\frac{7}{5}\right)^0}$$

En el numerador, se aplica la propiedad del producto de potencias de igual base.

$$\left(\frac{7}{5}\right)^6 \times \left(\frac{7}{5}\right)^7 = \left(\frac{7}{5}\right)^{6+7} = \left(\frac{7}{5}\right)^{13}$$

En el denominador, se aplica la propiedad de potencia de una potencia.

$$\left[\left(\frac{7}{5}\right)^2\right]^5 = \left(\frac{7}{5}\right)^{5 \times 2} = \left(\frac{7}{5}\right)^{10}$$

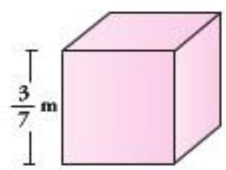
Además se tiene que $\left(\frac{7}{5}\right)^0 = 1$, entonces, se obtiene:

$$\frac{\left(\frac{7}{5}\right)^{13}}{\left(\frac{7}{5}\right)^{10} \times 1}$$

$$= \frac{\left(\frac{7}{5}\right)^{13}}{\left(\frac{7}{5}\right)^{10}}$$

$$= \left(\frac{7}{5}\right)^{13-10} = \left(\frac{7}{5}\right)^3 = \frac{343}{125}$$

2. Calcular el volumen de una caja cúbica que tiene $\frac{3}{7}$ de metro de arista.



Se usa la fórmula del volumen de un cubo $V = a^3$.

Se remplaza la arista del cubo por el valor conocido $\frac{3}{7}$.

$V = \left(\frac{3}{7}\right)^3$ lo cual se resuelve como

$V = \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{3^3}{7^3} = \frac{27}{343}$ metros cúbicos

3. Encontrar el perímetro de un cuadrado cuya área es de $\frac{49}{36}$ m².

Como se conoce el área, se puede hallar la medida del lado del cuadrado sacando raíz cuadrada.

$$L = \sqrt{\frac{49}{36}}$$

$$= \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{36}} = \frac{7}{6}$$

El perímetro del cuadrado se obtiene multiplicando el lado por 4, así $4 \times \frac{7}{6} = \frac{28}{6} = \frac{14}{3}$ m es el perímetro.

Afianzo COMPETENCIAS

Interpreto • Argumento • Propongo • Ejercito • Razono • Soluciono problemas

El área de un cuadrado se calcula mediante la expresión $A = l^2$, donde l representa la medida del lado. Hallar el área de un cuadrado si el lado mide:

170. $\frac{2}{3}$ cm **171.** $\frac{5}{4}$ cm **172.** $\frac{3}{2}$ cm

Realiza las siguientes operaciones aplicando las propiedades de la potenciación y la radicación según corresponda.

173. $\dfrac{\left(\frac{2}{7}\right)^5\left(\frac{2}{7}\right)^5\left(\frac{2}{7}\right)\left(\frac{2}{7}\right)^3}{\left(\frac{2}{7}\right)^2\left(\frac{2}{7}\right)} =$ ____________

174. $\left[\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^3}{\left(\frac{1}{2}\right)^5}\right]^2 =$ ____________

175. $\sqrt{\frac{7}{15}} \times \sqrt{\frac{12}{15}} \times \sqrt{\frac{12}{9}} \times \sqrt{7} =$ ____________

176. $\left[\dfrac{\left(\frac{2}{7}\right)^5\left(\frac{2}{7}\right)^5\left(\frac{2}{7}\right)\left(\frac{2}{7}\right)^3}{\left(\frac{2}{7}\right)^2\left(\frac{2}{7}\right)}\right]^0 =$ ____________

177. $\sqrt{\frac{2}{5}}\sqrt{\frac{1}{3}}\sqrt{\frac{2}{15}} =$ ____________

178. $\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^6 =$ ____________

179. $\sqrt[5]{\frac{3.125}{243}} =$ ____________

180. $\sqrt{\frac{2}{5}}\sqrt{\frac{121}{27}}\sqrt{\frac{2}{15}} =$ ____________

Lucía afirma que:

Al realizar la operación $\frac{4^2}{3}$, se obtiene $\frac{16}{9}$ y que el resultado de la potencia $\frac{3^2}{2} < \left(\frac{3}{2}\right)^2$.

181. Encuentra el error que cometió Lucía en cada afirmación.

Responde las preguntas. Luego, escribe un ejemplo que justifique cada respuesta.

182. ¿Existe alguna fracción cuyo cuadrado es menor que ella?

183. ¿Existe un fraccionario tal que su raíz cúbica es mayor que su raíz cuadrada?

184. ¿En la propiedad del cociente de potencias el exponente del numerador debe ser menor que el exponente del denominador?

Resuelve las situaciones planteadas.

185. Calcula el volumen de una caja cúbica que tiene $\frac{2}{3}$ de metro de lado.

Diana tiene \$320.000 para dárselos a su hermana, pero decide entregarle cada $\frac{3}{5}$ del dinero que le queda del día anterior.

186. ¿Cuánto dinero le regala Diana a su hermana el primer día?

187. ¿Cuánto dinero le regala Diana a su hermana el tercer día?

188. ¿Cuánto dinero le regala Diana a su hermana el cuarto día?

189. Escribe, usando potenciación, una manera para calcular el dinero que regalará Diana a su hermana el séptimo día.

190. ¿Cuáles de los fraccionarios $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{4}$ o $\frac{1}{9}$ al ser ubicados en la casilla y realizar las operaciones indicadas dan como resultado un número natural?

$$36\square^2 + 12\square + 24$$

191. Encuentra dos fraccionarios diferentes que cumplan la condición anterior.

192. Con base en las propiedades de la radicación de números naturales, escribe y da un ejemplo de cada una de las propiedades que se pueden presentar en la radicación de fraccionarios.

Lo que viene...

En las páginas siguientes aprenderás a escribir las fracciones como números decimales. Escribe como decimal la fracción $\frac{7}{8}$.

Ampliación multimedia | Recurso imprimible | Actividad | Enlace web

3. Números decimales

Los números decimales surgen de la necesidad de medir, de manera aproximada, cantidades continuas.

3.1 Fracción decimal

Una **fracción decimal** es un número fraccionario cuyo denominador es una potencia de 10, por ejemplo $\frac{2}{10}$, $\frac{7}{100}$ o $\frac{547}{1.000}$ entre muchas otras.

Las fracciones decimales se nombran según la potencia de 10 que represente su denominador, así

Fracción	$\frac{a}{10}$	$\frac{b}{100}$	$\frac{n}{1.000}$	$\frac{z}{10.000}$
Decimal	*a* décimos	*b* centésimos	*n* milésimos	*z* diezmilésimos

Las fracciones simplificadas cuyo denominador solo tiene a los números 2 o 5 como factores primos se pueden escribir como fracciones decimales. Para ello, se realiza la complificación que permite expresarlas con un denominador que sea potencia de diez. Por ejemplo:

- $\frac{3}{5}$ se puede amplificar por 2 y obtener $\frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$ que corresponde a la fracción decimal seis décimos.
- $\frac{17}{20}$ se puede amplificar por 5 y obtener $\frac{17 \times 5}{20 \times 5} = \frac{85}{100}$ que corresponde a la fracción decimal 85 centésimos.

3.2 Número decimal

La expresión **decimal de un número**, conocida comúnmente como **número decimal**, en general, se obtiene al realizar la división del numerador entre el denominador de una fracción decimal. Por ejemplo:

$\frac{12}{10}$ se puede escribir como 1,2.

$\frac{7}{10}$ se puede escribir como 0,7.

En todo número decimal se puede indentificar una parte entera y una parte decimal. Estas partes están separadas por una coma decimal. Por ejemplo,

$\frac{471}{100} = 4{,}71$

4 es la parte entera y 71 es la parte decimal.

Observa la tabla de posición para el número decimal 12,093.

Cifras enteras				Coma decimal	Cifras decimales			
Unidades de mil	Centenas	Decenas	Unidades		Décimas	Centésimas	Milésimas	Diezmilésimas
		1	2	,	0	9	3	

Historia de las matemáticas

Stevin y los decimales

Simón Stevin (1548-1620) nació en Brujas, Bélgica, conocido como uno de los primeros expositores de la teoría de las fracciones decimales en el opúsculo *De Thiende* (1585).

Hizo importantes aportes en su época en diversos campos del conocimiento como la astronomía y la física.

Recurso imprimible

Actividad

Recurso imprimible

Conversión de fracción decimal a número decimal

Para convertir una fracción decimal a un número decimal se escribe el numerador de la fracción y en él se separan con una coma, de derecha a izquierda, tantas cifras decimales como ceros tenga el denominador de la fracción. Si las cifras del numerador no son suficientes, se escriben a la izquierda del número, tantos ceros como sea necesario.

Por ejemplo, para escribir en expresión decimal $\frac{27}{10}$, $\frac{37}{100}$ y $\frac{53}{1.000}$ se realiza lo siguiente:

- $\frac{27}{10} = 2{,}7$ Como hay un cero en el denominador, queda una cifra a la derecha de la coma decimal.
- $\frac{37}{100} = 0{,}37$ Como hay dos ceros en el denominador, quedan dos cifras a la derecha de la coma decimal y se coloca un cero como parte entera.
- $\frac{53}{1.000} = 0{,}053$ Como hay tres ceros en el denominador, deben quedar 3 cifras a la derecha de la coma decimal; como el numerador sólo tiene dos cifras, se debe escribir un cero a la izquierda del 53.

Recuerda que...

Un aspecto que en ocasiones genera confusiones es que la coma decimal que se usa en nuestro país es remplazada por el punto decimal que se usa en los países anglo parlantes, por lo cual en las calculadoras normalmente se pone punto y no coma.

Por ejemplo, el número 18,27 en una calculadora se debe escribir 18.27.

Conversión de número decimal a fracción decimal

Ampliación multimedia

Para convertir un decimal a fracción decimal, se escribe como numerador el número decimal, a partir de su primera cifra diferente de cero sin la coma. Como denominador se escribe una potencia de diez que tenga tantos ceros como cifras decimales tenga el número decimal.

Por ejemplo, $73{,}8 = \frac{738}{10}$; $0{,}027 = \frac{27}{1.000}$; $1{,}08 = \frac{108}{100}$

Conversión de fracción a número decimal

Para convertir una fracción no decimal a número decimal, se divide el numerador entre el denominador. Para esto, se agrega al cociente una coma y al dividendo, tantos ceros como sean necesarios para continuar la división hasta que el residuo sea cero o empiece a repetirse. Este proceso también se puede usar con las fracciones decimales.

EJEMPLO

Expresar en decimal las siguientes fracciones:

$$\frac{27}{4}, \frac{49}{3} \text{ y } \frac{29}{6}$$

Para obtener la expresión decimal se debe realizar la división sugerida por cada fracción:

$$\frac{27}{4} \longrightarrow \begin{array}{l|l} 27 & 4 \\ \hline 30 & 6{,}75 \\ \ \ 20 & \\ \ \ \ 0 & \end{array}$$

Es importante anotar que se agrega el cero en el residuo a partir del momento en que se escribe la coma en el cociente.

En el caso de $\frac{49}{3}$ y $\frac{29}{6}$, el proceso es similar.

$$\frac{49}{3} \longrightarrow \begin{array}{l|l} 49 & 3 \\ \hline 19 & 16{,}33 \\ \ 10 & \\ \ \ 10 & \\ \ \ \ 1 & \end{array} \qquad \frac{29}{6} \longrightarrow \begin{array}{l|l} 29 & 6 \\ \hline 50 & 4{,}833 \\ \ 20 & \\ \ \ 20 & \\ \ \ \ 2 & \end{array}$$

Como el residuo en ambos casos se está repitiendo, en la expresión decimal seguirá indefinidamente apareciendo el mismo número, por lo que

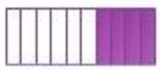
$$\frac{49}{3} = 16{,}333... = 16{,}\overline{3}$$

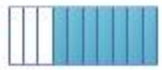
$$\text{y } \frac{29}{6} = 4{,}833... = 4{,}8\overline{3}$$

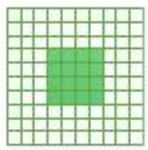
Afianzo COMPETENCIAS

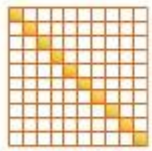
Argumento · E Ejercito · R Razono · S Soluciono problemas · Propongo

E Determina el número decimal que representa cada gráfico.

193. 

195. 

194. 

196. 

E 197. Completa la tabla:

Número decimal	Parte entera	Parte decimal	Lectura
6,12			
			12 unidades y 5 décimas
	12	123	
1,244			
			119 unidades, 48 milésimas
	0	94	
			3 enteros y 5 milésimos

E Encuentra la expresión decimal de cada una de las siguientes fracciones.

198. $\frac{5}{2}$ 200. $\frac{55}{14}$ 202. $\frac{8}{3}$

199. $\frac{8}{9}$ 201. $\frac{8}{15}$ 203. $\frac{17}{4}$

R Escribe las palabras que corresponden para completar las frases.

204. Tres unidades son ______ milésimas.

205. Una décima es igual a ______ centésimas y es igual a ______ milésimas.

206. Veintitrés milésimas son ______ centésimas que son ______ décimas.

R Usa números decimales para expresar los siguientes tiempos en horas usando números decimales.

207. 2 horas y cuarto

208. 10 minutos

209. 3 horas y media

210. 1 hora y 45 minutos

Responde. Luego, explica tu respuesta.

211. ¿40 puede ser el denominador de una fracción decimal?

212. ¿Un número natural es una fracción decimal?

213. ¿Todos los números decimales son fracciones decimales?

S Resuelve las siguientes situaciones expresando el resultado en forma decimal y como fracción.

214. La masa de las tres cajas es $\frac{2}{5}$, $\frac{18}{5}$ y $\frac{11}{4}$ de kg, respectivamente.

Expresa cada uno de estos datos en forma decimal.

215. María ha recorrido veinticinco centésimas de la longitud del camino de la casa al colegio. ¿Qué parte del camino le queda por recorrer, si la distancia entre el colegio y la casa es de 1.500 m?

S Una prueba de inglés consta de 10 preguntas, 3 de escucha, 2 de gramática, 4 de interpretación de texto y una de vocabulario.

216. ¿Qué número decimal relaciona el número de preguntas que no son de escucha con respecto al total de preguntas?

217. ¿Qué número decimal relaciona el número de preguntas de gramática con respecto a las de interpretación de texto?

Escribe dos ejemplos que cumplan cada una de las condiciones dadas.

218. Numero de tres cifras decimales donde la cifra de las décimas sea el triple de las centésimas.

219. Número cuya cifra de las centésimas sea la tercera parte de las milésimas.

220. Número donde las décimas sean el doble de las centésimas y las milésimas sean la tercera parte de las unidades.

Lo que viene...

En las siguientes páginas aprenderás cómo se clasifican los números decimales. Consulta: ¿cuándo un número decimal es periódico?

3.3 Clasificación de decimales

Ampliación multimedia | Recurso imprimible

La expresión decimal de un número fraccionario se clasifica en tres clases, según las cifras que aparecen después de la coma decimal.

- **Expresión decimal exacta:** es aquella que tiene una cantidad finita de cifras decimales. Se obtiene al convertir fracciones irreducibles cuyo denominador tiene como divisores primos solo a 2 o a 5.

  Por ejemplo: 0,37 es un decimal exacto porque tiene dos cifras decimales.

- **Expresión decimal periódica pura:** es aquella que tiene infinitas cifras decimales que se empiezan a repetir inmediatamente después de la coma decimal. Se obtiene al convertir fracciones irreducibles cuyo denominador tiene como divisores primos cualquier número diferente a 2 o a 5.

  Por ejemplo, algunos números que tienen expresiones decimales periódicas puras son 3,44444…; 0,37373737…; 58,3333333… o 149,307230723072…, entre muchos otros.

- **Expresión decimal periódica mixta:** es aquella que tiene infinitas cifras decimales que se empiezan a repetir pero no inmediatamente después de la coma decimal. Se obtienen al convertir fracciones irreducibles cuyo denominador tiene como divisores primos al 2 o al 5 y cualquier otro número primo.

  Por ejemplo, los números 0,27444…; 21,325757… o 5,81308308308… son decimales periódicos mixtos.

  Normalmente, un número periódico se escribe con una línea sobre las cifras decimales que se repiten en el número. Por ejemplo,

$$0{,}37373737... = 0{,}\overline{37}$$

$$\text{o } 21{,}3257575757... = 21{,}32\overline{57}$$

EJEMPLOS

Encontrar la expresión decimal de las siguientes fracciones y clasificarlas según sus cifras decimales en exacta, periódica pura o periódica mixta.

a. $\frac{13}{9}$

Se realiza la división sugerida hasta que el residuo del numerador entre el denominador sea cero o empiece a repetirse:

$$\frac{13}{9} \longrightarrow \begin{array}{r|l} 13 & 9 \\ \hline 40 & 1{,}44\ldots \\ 40 & \\ 4 & \end{array}$$

Como el residuo se empezó a repetir se puede concluir que $\frac{13}{9} = 1{,}444... = 1{,}\overline{4}$, que es una expresión decimal periódica pura.

b. $\frac{127}{4}$

$$\frac{127}{4} \longrightarrow \begin{array}{r|l} 127 & 4 \\ \hline 07 & 31{,}75 \\ 30 & \\ 20 & \\ 0 & \end{array}$$

Como el residuo es cero, la división termina y se puede decir que $\frac{127}{4} = 31{,}75$ que es una expresión decimal exacta.

c. $\frac{7}{15}$

$$\frac{7}{15} \longrightarrow \begin{array}{r|l} 7 & 15 \\ \hline 70 & 0{,}466\ldots \\ 100 & \\ 100 & \\ 10 & \end{array}$$

Como se repite el residuo, el resultado es $0{,}4\overline{6}$ y es una expresión periódica mixta.

Afianzo COMPETENCIAS

Interpreto · Argumento · Ejercito · Soluciono problemas

Completa los enunciados.

221. En el número $8,275\overline{4}$ la expresión periódica comienza en la cifra de las ________ y corresponde al número ________, por lo cual es un número decimal ____________.

222. En el número $0,\overline{531}$ la expresión periódica comienza en la cifra de las ________ y corresponde al número ________, por lo cual es un número decimal ____________.

Observa las siguientes expresiones decimales y clasifícalas en exactas, periódicas puras o periódicas mixtas según corresponda.

223. $2,4\overline{7}$ **226.** 15,5757 **229.** 0,169

224. $31,\overline{1}$ **227.** 31,072 **230.** $13,0\overline{91}$

225. $108,\overline{86}$ **228.** 108,86 **231.** $108,8\overline{6}$

232. Encuentra la expresión decimal de cada fracción. Luego, marca con una ✗ la casilla en la tabla que corresponde a la clase de expresión decimal.

Fracción	Exp. decimal exacta	Exp. decimal periódica pura	Exp. decimal periódica mixta
$\frac{11}{42}$			
$\frac{15}{6}$			
$\frac{47}{15}$			
$\frac{19}{6}$			
$\frac{17}{4}$			

Juan va a recorrer 140 km; su amigo le dice que solo va a recorrer las $\frac{5}{6}$ partes de esa distancia. Juan dice que su amigo recorrerá menos de 90,5 km.

233. ¿Estás de acuerdo con lo que opina Juan? Explica tu respuesta.

____

____

Resuelve los siguientes problemas expresando el resultado como un número decimal.

Mariana compró un mantel por $10.800 y lo vendió por los $\frac{13}{7}$ del precio de costo.

234. ¿Qué fracción representa la ganancia que obtuvo Mariana?

235. ¿Cuánto dinero ganó en esta venta?

La siguiente tabla presenta el peso y la talla promedio que tienen los bebés en diferentes edades.

	Niños		Niñas	
Edad	Peso medio	Talla	Peso medio	Talla
Recién nacido	3,4 kg	$\frac{583}{10}$ cm	3,4 kg	50,3 cm
3 meses	$\frac{31}{5}$ kg	60 cm	$\frac{28}{5}$ kg	59 cm
6 meses	8 kg	67 cm	$\frac{73}{10}$ kg	65 cm
9 meses	9,2 kg	72 cm	8,6 kg	70 cm
12 meses	$\frac{51}{5}$ kg	76 cm	9,5 kg	74 cm
15 meses	11,1 kg	79 cm	11 kg	77 cm
18 meses	11,8 kg	$\frac{165}{2}$ cm	7.750	$\frac{161}{2}$ cm
2 años	$\frac{129}{10}$ kg	88 cm	$\frac{62}{5}$ kg	86 cm
3 años	151.10 kg	$\frac{193}{2}$ cm	$\frac{72}{5}$ kg	96 cm

Con base en la tabla anterior responde:

236. ¿Cuál es la diferencia entre el peso de un niño de tres meses y el peso de un niño de 3 años?

237. ¿Cuál es la diferencia entre el peso de un niño y una niña de 2 años?

238. Si una niña de 2 años pesa 10,5 kg, ¿qué se puede afirmar de su talla?

239. ¿Cuál es la diferencia entre la talla de una niña recién nacida y una niña de 3 años?

240. ¿Cuál es la diferencia entre la talla de un niño y la de una niña de 18 meses?

3.4 Orden en los números decimales

Actividades

Ordenar dos números decimales consiste en determinar cuál de ellos es mayor, o menor, o si son iguales.

Para ordenar dos números decimales se deben analizar los siguientes criterios:

- **Primero,** se comparan sus partes enteras y es mayor el número decimal que tiene mayor parte entera.

  $5{,}37 < 6{,}378$ porque la parte entera 5 es menor que 6.

- **Luego,** si las partes enteras son iguales, entonces, se debe comparar la parte decimal; para ello, se iguala la cantidad de cifras que tienen las partes decimales de los dos números completando con ceros. Posteriormente, se comparan estas partes decimales y será mayor la que represente un valor más grande. Por ejemplo, para comparar 8,72 y 8,702:

  Primero, se comparan las partes decimales completando la cantidad de cifras con ceros, lo cual permite obtener los números 8,720 y 8,702. Así, $720 > 702$ por lo tanto $8{,}72 > 8{,}702$

  Tambien, $9{,}5 = 9{,}50$ ya que la parte entera de los dos números es igual y la parte decimal en ambos casos al igualarlas con ceros es 50.

EJEMPLOS

1. En la vuelta clasificatoria de un premio del campeonato de Fórmula 1 se registraron los tiempos de seis competidores así:

Piloto	Tiempo (s)
Oreste Mang	46,651
Fiel Daniel	46,173
Gustavo Matta	48,944
Laureano Caporali	46,78
Fabián Pérez	46,365
Flavio Soler	46,336

¿Quién se ubicará primero en la grilla de partida al día siguiente?

Como es una competencia, los tiempos se deben organizar de menor a mayor.

Los tiempos están medidos hasta en milésimas de segundo excepto $46{,}78 = 46{,}780$.

El orden será:

$46{,}173 < 46{,}336 < 46{,}365 < 46{,}651 < 46{,}78 < 48{,}944$

Luego, el primero en salir será Fiel Daniel porque tuvo el menor tiempo.

2. Carlos ordenó los números decimales dados, de mayor a menor, como se muestra a continuación:

$$7{,}35 > 7{,}09 > 7{,}7 > 6{,}13 > 6{,}02 > 6{,}2$$

Sin embargo, su profesor le dice que ha cometido errores y que debe volver a ordenar los números. ¿Cuál es el orden adecuado?

Lo primero que Carlos debe hacer es igualar la cantidad de cifras decimales de los números, completando con ceros. Esto ayuda a realizar una comparación más sencilla.

Los únicos números que no tienen dos cifras decimales son 7,7 y 6,2. Por tanto, al completar sus cifras se tiene que:

$$7{,}7 = 7{,}70 \text{ y } 6{,}2 = 6{,}20$$

Al comparar los números dados, fácilmente se deduce que el orden correcto debe ser:

$$7{,}70 > 7{,}35 > 7{,}09 > 6{,}20 > 6{,}13 > 6{,}02$$

3.5 Representación de números decimales en la recta numérica

Recurso imprimible

Para representar números decimales en la recta numérica se realizan los siguientes pasos:

- **Primero,** se ubica en la recta numérica el número correspondiente a la parte entera del decimal.
- **Luego,** en la unidad siguiente, se ubica la parte decimal, teniendo en cuenta que el segmento se debe dividir en 10, 100, 1.000, etc. partes iguales según la cantidad de cifras decimales del número dado.

Matemática*mente*

¿Cómo ubicarías el número 0,25 en la recta numérica?

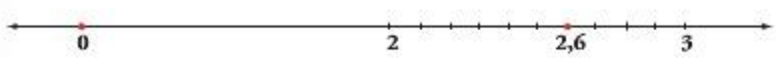
EJEMPLO

Ubicar en la recta numérica el número decimal 2,673.

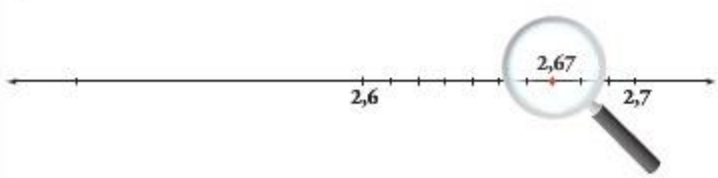
Para representar 2,673 en la recta numérica se debe ubicar el dos y la unidad entre el dos y el tres se debe dividir en 1.000 partes iguales y tomar 673. En este caso, se puede tomar una aproximación, como se muestra en las siguientes gráficas.

Para hacer una aproximación al número 2,673, se representan los números 2,6; 2,67 y por último, 2, 673 haciendo una ampliación de la imagen en cada caso.

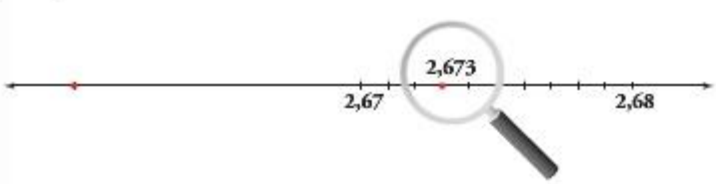
Para representar 2,6, se ubica el número 2; la unidad de 2 a 3 se divide en 10 partes y se toman 6 de ellas.



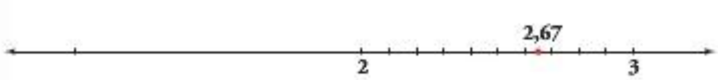
Para representar 2,67, se ubica el punto 2,6; la región entre 2,6 y 2,7 se debe dividir en 10 partes y de ellas tomar 7.



Para representar 2,673 se ubica el punto 2,67 y la región entre 2,67 y 2,68 se debe dividir en 10 partes y de ellas tomar 3.



Luego sobre la recta numérica, el punto 2,673 está ubicado aproximadamente en el lugar que se muestra.

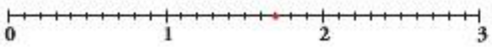


Afianzo COMPETENCIAS

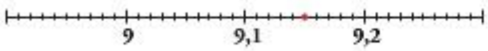
Interpreto • Argumento • Propongo • Ejercito • Soluciono problemas

Escribe el decimal representado en cada gráfico.

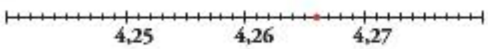
241.



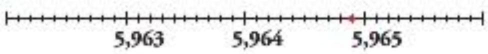
242.



243.



244.



Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.

245. La cantidad de partes en que se debe dividir una unidad para representar un decimal corresponde a la cantidad de cifras decimales. ( )

246. Entre dos números decimales siempre se puede ubicar otro número decimal. ( )

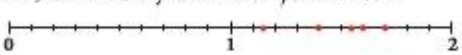
247. Ordena de menor a mayor las expresiones decimales exactas.

2,317 2,0317 2,37 0,3107 0,31007 2,3

Encuentra la expresión decimal de las siguientes fracciones y ordénalas de mayor a menor.

248. $\frac{5}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{7}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{8}{3}$

249. La profesora mide a cinco estudiantes de la clase y registra la informacion en la siguiente recta numérica. Indica la estatura del estudiante más alto, del medio y del más bajo de todos.



La distancia de las casas de Juan, Jhon, Sandra, Gustavo y Luisa a su colegio son, respectivamente: 16,295; 16,234; 16,874; 16,203 y 16,527 kilómetros.

250. ¿Quién vive más cerca al colegio?

251. El conductor plantea que la primera persona que debe recoger es Sandra. ¿Estás de acuerdo con la opinión del conductor, si la ruta escolar recoge a los estudiantes empezando por el que vive más lejos? Argumenta tu respuesta.

Soluciona las siguientes situaciones.

A continuación, se presenta la información sobre el tamaño de un embrión humano dependiendo de las semanas de gestación:

2 semanas: el embrión mide aproximadamente $\frac{1}{100}$ de pulgada (0,25 mm) de largo en este momento.

4 semanas (primer mes de embarazo): el embrión mide aproximadamente $\frac{1}{4}$ de pulgada (6,4 mm).

6 semanas: el embrión aproximadamente mide $\frac{3}{4}$ de pulgada (19 mm).

8 semanas (segundo mes de embarazo): el feto, hasta ahora llamado embrión, mide aproximadamente $1\frac{1}{2}$ pulgadas (38,2 mm).

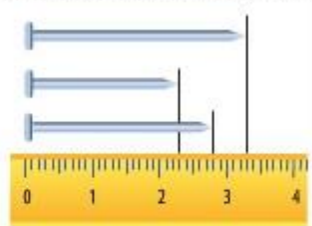
252. Representa las medidas de las 2, 4, 6 semanas en la recta numérica.

253. Representa en la recta el crecimiento en mm que ha tenido el embrión de las 2 a las 4 semanas.

254. Representa en la recta el crecimiento en mm que ha tenido el embrión de las 2 a las 8 semanas.

255. ¿Qué fracción representa el crecimiento entre el primer y segundo mes?

256. Indica la medida de cada puntilla y plantea una situación problemática con ellas.



257. Indica cuál es la representación de 0,01 y de 0,001 sobre el mismo cubo teniendo en cuenta las representaciones de 1U y 0,1U.

Una unidad = 1U | $\frac{1}{10}$ de unidad

$\frac{1}{10} = 0,1$

3.6 Los decimales y los porcentajes

Ampliación multimedia

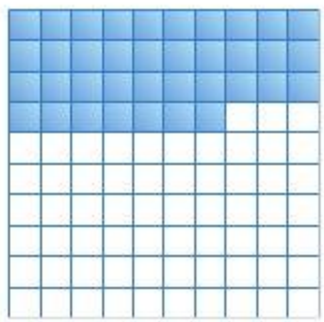
Existen varias expresiones en las que el término "porcentaje" o "por ciento" tiene un papel importante. Expresiones como "el 20 por ciento de descuento" o "el impuesto del 16 por ciento", entre muchas otras, se escuchan de manera cotidiana.

El porcentaje representa una fracción decimal cuyo denominador es 100 y se representa con el símbolo % que significa por cada cien.

Por ser una fracción decimal, el porcentaje se puede representar como número decimal o como fraccionario.

Por ejemplo, 37% se puede escribir como 0,37 o como $\frac{37}{100}$.

Esta expresión representa 37 de cada 100 y gráficamente se puede observar en la ilustración:



Para calcular el porcentaje de una cantidad dada se realizan los siguientes pasos:

- **Primero,** se convierte el porcentaje a fracción decimal, teniendo en cuenta que el denominador es 100.
- **Luego,** se multiplica la fracción decimal por la cantidad dada.

Por ejemplo, hallar el 40% de 200 corresponde a calcular $\frac{40}{100}$ de 200 así:

$$\frac{40}{100} \times 200 = \frac{40 \times 200}{100} = 80$$

También, se puede hallar utilizando el número decimal, así: $0{,}40 \times 200 = 80$.

EJEMPLO

El precio de un abrigo es \$75.400. Por ser un modelo anterior tiene el 15% de descuento. ¿Cuánto se debe pagar por el abrigo?

Como es un descuento del 15% del precio del abrigo, es necesario hallar ese porcentaje:

$$\frac{15}{100} = 0{,}15$$

$$\frac{15}{100} \times 75.400 = \frac{15 \times 75.400}{100}$$
$$= 15 \times 754$$
$$= \$11.310$$

Luego, el valor del descuento es \$11.310.

Para encontrar el valor que se debe pagar, se debe restar el descuento al costo original de abrigo.

$$\begin{array}{r} 75.400 \\ -\ 11.310 \\ \hline 64.090 \end{array}$$

Luego, el precio final que se debe pagar por el abrigo es de \$64.090.

Este valor corresponde al 85% del precio del abrigo porque $100\% - 15\% = 85\%$.

Afianzo COMPETENCIAS

Interpreto • Ejercito • Argumento • Soluciono problemas

Expresa el área de cada región sombreada como un porcentaje:

258.  **259.**  **260.** 

261. Completa la siguiente tabla.

Porcentaje	Fracción	Decimal	Lectura
1%			
	$\frac{5}{100}$		
		0,1	
25%			
		0,4	
		0,7	
75%			
			87 por ciento
	1		

Calcula el porcentaje indicado de cada número. Expresa el porcentaje como fracción y como decimal.

262. 18% de 480

263. 104% de 820

264. 17% de 984

265. 75% de 75

266. 45% de 4.500

267. 150% de 38.420

Responde las preguntas y justifica tu respuesta:

268. ¿Si a un objeto se le hace un descuento del 20% se puede afirmar que el valor para pagar corresponde al 80%?

269. ¿Qué cantidad es mayor, 35% de 600 o 60% de 350?

270. ¿Qué porcentaje representa la mitad de una cantidad?

Resuelve los problemas.

Una persona que gana $2.460.000, invierte 35% en arriendo, 20% en alimentación, 25% en diversión y el resto para los demás gastos.

271. ¿Qué porcentaje del dinero utiliza para otros gastos y a cuánto dinero corresponde?

272. ¿A cuánto dinero equivale lo que gasta en diversión?

En una empresa se solicita un préstamo de 2,5 millones de pesos a una tasa del 6% mensual.

273. ¿Cuánto se debe devolver al transcurrir los tres meses de plazo del préstamo?

Los estudiantes de sexto grado presentaron una prueba de inglés y el profesor elaboró la siguiente tabla para mostrar los resultados obtenidos.

Grado sexto Prueba de inglés		
Resultado	Mujeres	Hombres
Aprobaron	15	8
No aprobaron	10	24

Con base en la tabla, responde las preguntas que el profesor planteó a los estudiantes:

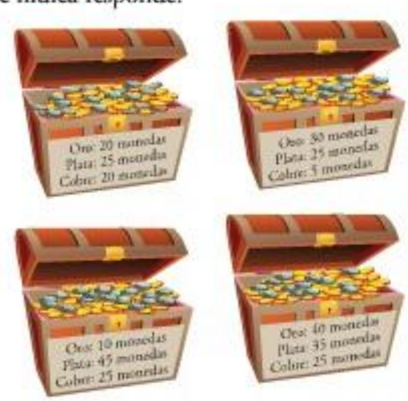
274. ¿Cuál es el total de estudiantes que presentaron la prueba?

275. ¿Qué porcentaje de los estudiantes aprobó el examen?

276. ¿Qué porcentaje de las niñas aprobó el examen?

277. ¿Qué porcentaje de hombres no aprobó el examen?

Si en cada baúl se encuentra la cantidad de monedas que se indica responde:



278. ¿Qué porcentaje de las monedas que hay en cada baúl es de plata?

279. ¿Qué porcentaje del total de monedas es de cobre?

4. Operaciones con números decimales

Actividad Enlace web

Con los números decimales se pueden realizar las mismas operaciones que se realizan con los fraccionarios; sin embargo, el proceso que se realiza es muy parecido al que se utiliza para resolver las operaciones con los números naturales.

4.1 Adición de números decimales

Para sumar números decimales se siguen los siguientes pasos:

- **Primero,** se escriben los números decimales uno debajo del otro de tal manera que la coma decimal quede en una misma columna. Esto permite garantizar que en cada columna solo están ubicadas unidades con unidades, décimas con décimas, centésimas con centésimas, milésimas con milésimas…
- **Luego,** se suman las cifras como con los números naturales. Luego, se escribe la coma decimal en el lugar correspondiente.
- **Finalmente,** si alguno de los sumandos tiene menos cifras decimales que los otros, se completan las cifras que faltan con ceros.

Recuerda que…

Todo número natural se puede expresar como un número decimal en el cual la coma está a la derecha de las unidades y después de ella hay cualquier cantidad de ceros que no afectan el valor del número.

Por ejemplo,

$8 = 8,0 = 8,000$

$25 = 25,0 = 25,00$

$76 = 76,00 = 76,000.$

EJEMPLOS

Resolver las siguientes situaciones.

a. Mariana corre 2,6 km en la mañana; 16,35 km en la tarde y 5 km en la noche, ¿cuántos kilómetros corre Mariana cada día?

Como realiza los tres recorridos en el día, se deben sumar para conocer el resultado total.

Se deben hacer coincidir las comas decimales de los tres números e igualar las cifras decimales con ceros para que todos los números queden con dos cifras decimales.

$2,6 = 2,60$ $\quad 5 = 5,00$ $\quad$ 16,35 se deja igual

La operación que se debe realizar es:

$$\begin{array}{r} 2,60 \\ +\ 16,35 \\ 5,00 \\ \hline 23,95 \end{array}$$

Luego, Mariana recorre 23,95 km cada día.

b. Encontrar la longitud del contorno de una piscina que tiene forma rectangular y las medidas que se muestran en la figura.

Para encontrar la medida del borde de la piscina, se debe averiguar el perímetro de la piscina, para lo cual es necesario sumar la longitud de los cuatro lados.

Como es un rectángulo, los lados opuestos deben ser iguales, por lo cual la suma que se debe realizar es $7,52 + 3,8 + 7,52 + 3,8$

Para hacer la operación, se escriben los números en columna, teniendo presente que $3,8 = 3,80$.

$$\begin{array}{r} 7,52 \\ 3,80 \\ +\ 7,52 \\ 3,80 \\ \hline 22,64 \end{array}$$

Luego, la longitud del borde de la piscina es 22,64 metros.

4.2 Sustracción de números decimales

Actividad

Para restar dos números decimales, se usa el siguiente procedimiento:

- **Primero,** se escriben los números, uno debajo de otro, de tal manera que la coma decimal quede en columna.
- **Segundo,** es importante tener en cuenta que el minuendo debe tener el mismo número de cifras decimales que el sustraendo. Por esto, se deben agregar tantos ceros a las cifras decimales del minuendo o del sustraendo como sean necesarios.
- **Finalmente,** se realiza la resta como si fuera una resta entre números naturales y, en el resultado de la operación, se escribe la coma decimal en la columna correspondiente.

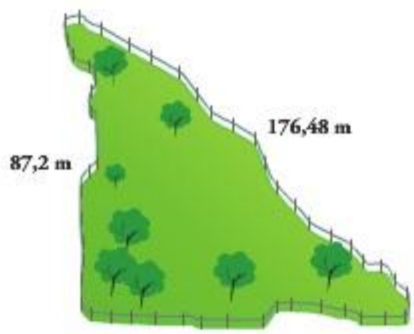
  Por ejemplo, para restar $7{,}5 - 2{,}3$ se realiza la operación:

$$\begin{array}{r} 7{,}5 \\ -\ 2{,}3 \\ \hline 5{,}2 \end{array}$$

El resultado de la resta es 5,2.

EJEMPLOS

1. Un terreno tiene la forma que se muestra en la figura. ¿Cuánto mide el lado que falta, si se sabe que cercando el terreno totalmente se gastaron 356,18 m de alambre?



Como se conocen dos de los tres lados del terreno, es necesario sumar esas dos medidas para saber la cantidad de alambre que se gastó en ellos.

Primero, se igualan las cifras decimales de los dos números. Para eso, es necesario que los dos números tengan dos cifras decimales, por tanto,

$87{,}2 = 87{,}20$ y 176,48 se deja igual.

Luego, se realiza la suma $87{,}20 + 176{,}48$ para saber cuánto se empleó en los lados conocidos.

$$\begin{array}{r} 87{,}20 \\ +\ 176{,}48 \\ \hline 263{,}68 \end{array}$$

Finalmente, se resta ese resultado al alambre usado en total y se obtiene el valor pedido.

$$\begin{array}{r} 356{,}18 \\ -\ 263{,}68 \\ \hline 92{,}50 \end{array}$$

La medida del lado que falta es 92,50 m.

2. Un tubo para el agua mide 6,5 m de largo y se le divide en dos partes. Si una de las partes mide 4,83 m, ¿cuánto mide la otra parte?

Como se quita una parte al tubo, se debe restar la longitud del tubo que se corta a la longitud del tubo completo. Es decir, la operación $6{,}5 - 4{,}83$ dará la longitud de la parte del tubo sobrante.

Primero, para realizar la resta se igualan las cifras decimales de los dos números.

$6{,}5 = 6{,}50$ 4,83 se deja igual.

Luego, se realiza la resta.

$$\begin{array}{r} 6{,}50 \\ -\ 4{,}83 \\ \hline 1{,}67 \end{array}$$

Finalmente, la longitud del tubo restante es 1,67 m.

Afianzo COMPETENCIAS

Interpreto • Ejercito • Argumento • Soluciono problemas • Propongo

El extracto bancario de Mauricio en el mes de septiembre registra la siguiente información:

Día	Movimiento	Retiro	Abono
05	Retiro sucursal centro	48.432	
12	Consignación Chicó		37.543,20
16	Consignación nómina		1.543.534,23
24	Pago servicio de agua	56.765,23	
29	Intereses por ahorro		1.456,34

280. ¿Cuánto dinero retiró en total en el mes de septiembre?

281. Si el saldo final del mes de agosto era de 784.234,34 y los únicos movimientos de la cuenta están en este extracto, ¿cuál es el nuevo saldo?

Resuelve.

282. ¿Cuánto le falta a la siguiente suma para obtener a 213?

$123 + 1{,}23 + 3{,}12 + 31{,}2 + 12{,}3 + 23{,}1 + 2{,}31 + 3 + 2{,}13$

283. Restar la suma de 10,53 y 89,91 de la suma de 126,23 y 11,29.

Completa los cuadros, sabiendo que la suma horizontal y vertical en todos los casos es siempre 22.

284.

11,33	4,40	
	10,33	3,40

285.

7,324		5,8
4		15,08

En una competencia de carros, los competidores han recorrido 243,82 km en la primera etapa, 246,4 km en la segunda y 162 km en la tercera etapa. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

286. Si la carrera es de 1.000 km les quedan por recorrer 347,78 km.

287. La primera etapa es la más larga de la carrera.

288. La mayor diferencia de recorridos entre dos etapas es de 1,21 km.

289. En la tercera etapa se cubre la mitad del recorrido de la carrera.

Soluciona los siguientes problemas.

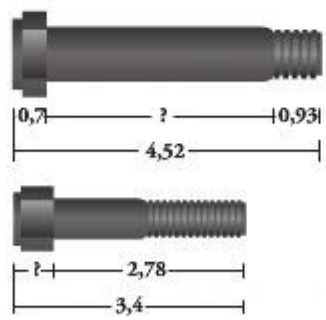
290. Una jarra vacía pesa 0,83 kg y llena de jugo de fresa pesa 1,845 kg. ¿Cuánto pesa el jugo de fresa?

291. Una naranja pesa 0,28 kilos, otra pesa 0,339 kilos y una tercera 0,1 kilos. Si a Hernán sólo le alcanza el dinero para comprar las naranjas cuyo peso no sobrepase los 0,35 kg, ¿cuáles naranjas puede llevar?

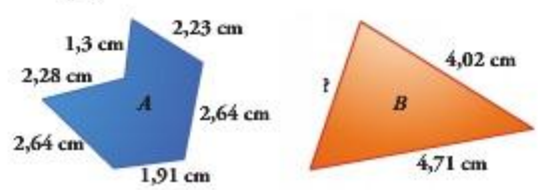
Pedro compró una cometa que traía determinada cantidad de cuerda. Luego, decidió añadir la cuerda de su cometa anterior que medía 14,4 m, con lo que obtuvo un largo total de 25,82 m.

292. ¿Cuál era el largo de la cuerda de la cometa?

293. Encuentra la medida desconocida en cada uno de los siguientes tornillos.



294. Determina tres medidas posibles para el lado que falta, de tal forma que el perímetro de la figura *A* sea menor que el perímetro de la figura *B*.



Lo que viene...

En las páginas siguientes aprenderás la multiplicación entre números decimales.

4.3 Multiplicación de números decimales

Actividades

Para multiplicar dos números decimales se multiplican dichos números como si fueran números naturales.

Se debe garantizar que el producto o resultado tenga tantas cifras decimales como cifras decimales tengan en total los dos factores. Es decir, se debe contar la cantidad de cifras decimales que tienen entre los dos factores y esa misma cantidad de cifras decimales se deben separar en el resultado de la multiplicación.

Por ejemplo:

Multiplicar $3{,}54 \times 14{,}8$

Como los factores tienen en total tres cifras decimales, el resultado de la multiplicación debe quedar con tres cifras decimales

$$3{,}54 \;\;\; 14{,}8 \longrightarrow \text{3 cifras decimales}$$

$$\begin{array}{r} 3{,}54 \\ \times 14{,}8 \\ \hline 2832 \\ 1416 \\ 354 \\ \hline 52392 \end{array} \longrightarrow \text{3 cifras decimales}$$

Es importante notar que la coma solo se escribe en el resultado final.

Para multiplicar decimales también es posible escribir cada uno de los factores como una fracción decimal y luego realizar la multiplicación de fracciones.

$$3{,}54 = \frac{354}{100} \text{ y } 14{,}8 = \frac{148}{10}$$

así tenemos, $\dfrac{354}{100} \times \dfrac{148}{10} = \dfrac{52.392}{1.000} = 52{,}392.$

EJEMPLOS

1. Un tren que viaja a 45 km/h tarda 3,5 horas en recorrer la distancia entre dos pueblos. ¿Qué distancia recorre el tren?

La distancia que recorre un cuerpo que se mueve con la misma rapidez todo el tiempo se puede encontrar multiplicando el tiempo del recorrido por la rapidez, por tanto,

Distancia total $= 45 \times 3{,}5$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times\; 3{,}5 \\ \hline 225 \\ 135 \\ \hline 157{,}5 \end{array} \text{ km recorre el tren}$$

2. Hallar el área de un cuadrado cuyo lado mide 87,6 cm.

Como $A = l \times l$, se debe multiplicar el lado del cuadrado por sí mismo.

$A = (87{,}6)^2$ que se realiza

$$\begin{array}{r} 87{,}6 \\ \times\; 87{,}6 \\ \hline 5256 \\ 6132 \\ 7008 \\ \hline 7.673{,}76 \end{array}$$

Luego, el área del cuadrado es $7.673{,}76 \text{ cm}^2$.

Afianzo COMPETENCIAS

I Interpreto • E Ejercito • R Razono • S Soluciono problemas

I La densidad del aire seco es de 1,24 kg por m³ a 10 °C y de 1,205 kg por m³ a 20 °C.

295. ¿Cuál es la masa de 12,34 m³ de aire si la temperatura es de 10°?

296. ¿Cuál es la masa de 10,14 m³ de aire si la temperatura es de 20°?

E Calcula el doble y el triple de los siguientes números:

297. 19,63 **298.** 267,3 **299.** 2.325,345

E Realiza las siguientes operaciones.

300. $3{,}17 \times 4$ **303.** $208 \times 1{,}6$

301. $62{,}87 \times 21$ **304.** $37{,}04 \times 8{,}62$

302. $53 \times 8{,}26$ **305.** $53{,}8 \times 0{,}19$

R Completa los espacios en blanco, de tal manera que las multiplicaciones sean correctas.

306.

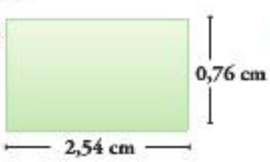
$$\begin{array}{r} 3\ 2\ 5\ ,1\ 8 \\ \times\ 2\ ,8 \\ \hline \square\ \square\ 0\ \square\ \square\ 4 \\ \square\ \square\ 0\ 3\ \square\ \\ \hline \square\ \square\ \square,\square\ \square\ \square \end{array}$$

307.

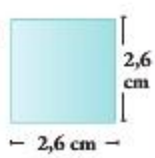
$$\begin{array}{r} 5\ 7\ 8\ \square,3\ \square \\ \times\ 4\ ,5\ \square \\ \hline 1\ 7\ 3\ 5\ 8\ 9\ 6 \\ 2\ 8\ \square\ \square\ 1\ 6\ 0\ \\ 2\ 3\ 1\ \square\ 5\ \square\ 8\ \ \\ \hline 2\ 6\ \square\ \square\ \square,\square\ \square\ \square\ \square \end{array}$$

R Encuentra el perímetro y el área de las siguientes figuras.

308.



309.



S Resuelve los siguientes problemas.

310. ¿Cuánto se debe pagar en un supermercado por 3 docenas de naranjas que pesan 6,54 kg si el precio por kilo es de $2.540?

311. Pedro tiene 240 cajas con 25 bolsas de azúcar cada una. Si cada bolsa pesa 0,95 kg, ¿cuál es el peso de todas las cajas de azúcar?

312. Un camión transporta 6 bloques de mármol de 1,34 toneladas y 3 vigas de acero de 0,374 toneladas cada una. ¿Cuántas toneladas lleva el camión?

Tres amigos ahorran en euros. Julio ha ahorrado 197,75 €; Carlos ha ahorrado 15,62 € más que Julio; Gabriela ha ahorrado 99,56 € menos que Julio durante cada uno de los últimos 4 meses.

313. ¿Cuántos euros ha ahorrado Gabriela?

314. ¿Cuántos euros han ahorrado entre todos?

315. Si deciden cambiar el dinero un día en el que el precio del euro es $2.450,15, ¿cuántos pesos tiene ahorrado cada uno?

316. La dueña de una tienda compra 1.300 huevos a $120,5 cada uno. Paga $4.350 por el transporte y en el camino se le rompen 3 huevos, ¿cuánto gana o pierde si vende cada huevo a $150,75?

Liliana debe mantener un régimen de alimentación que no le permite consumir más de 600 calorías en el desayuno.

El primer día decide desayunar: 125 g de pan, 124,5 g de fruta, 45,54 g de queso y una tasa de chocolate de 130,12 g.

317. ¿Es adecuado este desayuno si se sabe que cada gramo de pan da 1,8 calorías, 1 g de fruta 0,32 calorías, 1 g de queso 1,5 calorías y 1 g de chocolate 2,93 calorías?

318. ¿Cómo podría Liliana balancear mejor su dieta si desea comer todos los productos previstos?

319. Se sabe que 41 g de papa sabanera aportan 48,5 calorías y 0,05 g de grasa insaturada, mientras que 40 g de papa criolla aportan 51,5 calorías y 0,04 g de grasa insaturada. De cada tipo de papa se tiene un paquete de 1.640 g. Determina ¿cuál de los dos paquetes aporta más calorías?, ¿cuál aporta más grasas?, y ¿en qué cantidad lo hacen?

4.4 División de números decimales

Actividad

En la **división de números decimales** se puede presentar que tanto el dividendo como el divisor sean números decimales, que el dividendo sea decimal y el divisor un número natural o que el dividendo sea natural y el divisor decimal.

Un número decimal entre un número natural

Se efectúa la división correspondiente, teniendo en cuenta que al bajar la cifra decimal del dividendo se debe poner una coma en el cociente.

Por ejemplo, para dividir 32,87 entre 8 y 97,106 entre 14 se debe efectuar:

```
32,87 | 8
 0 8    4,10875
   07
    70
     60
      40
       0
```

```
97,106 | 14
13 1     6,936142857
 0 50
   086
    020 <---
      60    |
      40    |  Empieza a repetirse
     120    |  el residuo y aparecerá
      080   |  el período en
       100  |  el cociente.
        20 <---
```

En la división de 32,87 entre 8 el resultado es 4,10875 que es una expresión decimal exacta. La coma en el cociente se debe escribir en el momento en el que se baja el 8 del dividendo, que es la primera cifra decimal de 32,87.

En la división 97,106 entre 14 el resultado es $6,936\overline{142857}$, la cual es una expresión decimal periódica mixta, con un período de seis cifras 142857. La coma en el cociente se escribió al bajar el 1.

Un número natural entre un número decimal

Para dividir un número natural entre un número decimal se deben seguir los siguientes pasos:

- **Primero,** se multiplican el dividendo y el divisor por la potencia de diez que tenga tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor.
- **Segundo,** se realiza la división.

Por ejemplo, para efectuar la división $4.104 \div 4,5$ se lleva a cabo el siguiente procedimiento:

Como hay una cifra decimal en 4,5, se multiplican los dos números por 10.

$4.104 \times 10 = 41.040$ y $4,5 \times 10 = 45$

Luego, la división que se debe realizar es: $41.040 \div 45$.

```
41.040 | 45
   54    912
   090
     0
```

Luego, el resultado de la división $4.104 \div 4,5$ es 912.

Un número decimal entre un número decimal

Actividad

Para dividir un número decimal entre un número decimal, se realiza el siguiente procedimiento:

- **Primero,** se multiplican el dividendo y el divisor por la potencia de diez que tenga tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor.
- **Segundo,** si en el dividendo siguen apareciendo cifras decimales, se resuelve la división como en el caso de un número decimal entre un número natural.

Por ejemplo, para dividir 193,86 entre 5,4 se realiza:

Como 5,4 tiene cifra decimal, mientras que 193,86 tiene dos cifras decimales, se deben multiplicar los dos números por 10, así:

$$193{,}86 \times 10 = 1.938{,}6 \text{ y } 5{,}4 \times 10 = 54$$

Luego la división que se debe realizar es $1.938{,}6 \div 54$ y su resultado es 35,9.

La cantidad de cifras decimales que se deben obtener para el cociente de la división depende del contexto de la situación que se desee resolver.

EJEMPLOS

1. El área del piso de una sala que tiene forma rectangular mide 49,64 m². Hallar la medida del largo de la sala, si el ancho mide 7,5 m.

Como se conoce el área del piso y la medida del ancho, es necesario dividir esos dos valores para encontrar el largo de la sala.

Largo $= 49{,}64 \div 7{,}5$.

Para hacer esa división se multiplican los dos números por 100, ya que el número que más cifras decimales tiene es 49,64.

$49{,}64 \times 100 = 4.964$ y $7{,}5 \times 100 = 750$

Realizamos la división:

```
4.964 |750
 4640  6,61
  1400
   650
```

Luego, el largo mide 6,61 m.

2. Un artesano corta una tira de alambre de 10 m de largo en trozos de 0,83 metros para hacer adornos de temporada. Si en cada adorno debe utilizar tres tiras de alambre, ¿cuántos adornos puede hacer con dicha tira de alambre?

Para saber cuántos trozos se pueden sacar de los diez metros de alambre se debe dividir entre los 0,83 m que mide cada trozo.

Para hacer $10 \div 0{,}83$ se deben multiplicar los dos números por 100 ya que hay dos cifras decimales

$10 \times 100 = 1.000$ y $0{,}83 \times 100 = 83$, luego:

$10 \div 0{,}83 = 1.000 \div 83$

```
1.000 |83
  170  12,04
   400
    68
```

Sin embargo, como se usan tiras completas, en esta división no era necesario sacar decimales. Por lo tanto, se obtienen 12 tiras de alambre y sobra un poco.

Como se usan tres trozos en cada adorno, el artesano podrá realizar cuatro adornos de temporada.

Afianzo COMPETENCIAS

Interpreto · Propongo · Ejercito · Razono · Soluciono problemas

En la siguiente lista aparecen los ingredientes para preparar 24 *brownies*.

Mantequilla: 155 gramos
Vainilla: 1 y media cucharaditas
Harina: 150 gramos
Levadura en polvo: 1,5 cucharaditas
Nueces picadas: 150 g
Azúcar: 3.020 gramos
Huevos: 3 unidades
Chocolate negro: 125,48 gramos

320. Completa la tabla con los valores aproximados que se deben usar para preparar 8 *brownies* con las mismas características.

Ingrediente	Cantidad
Mantequilla	
Chocolate negro	
Azúcar	
Esencia de vainilla	
Levadura	
Nueces picadas	
Huevos	

Calcula la mitad y la tercera parte de cada número.

321. 13,5 **322.** 6,433 **323.** 0,67

Realiza las siguientes divisiones.

324. 47,38 ÷ 18
325. 371,8 ÷ 49
326. 84 ÷ 6,18
327. 108 ÷ 15,6
328. 27,84 ÷ 8,2
329. 7,3 ÷ 9,08
330. 2.748,36 ÷ 57
331. 0,345 ÷ 3,4

332. Completa los espacios en blanco, de tal manera que la división sea correcta.

```
3 7 9, □ □ 8 | 6,4
  □ 9 3      |-----
    □ 7 2    | 5 9, □ 7
      □ □ 8  |
          □
```

Resuelve las siguientes situaciones.

Tres tanques de gaseosa contienen 125,8 litros, 85,5 litros y 99, 2 litros respectivamente.

333. ¿Cuántas botellas de gaseosa de 1,25 litros (litro y cuarto) se puede llenar con el líquido que hay en cada tanque?

334. Se decide reunir toda la gaseosa que hay en los tres tanques y llenar botellas de 1,25 litros. ¿Cuántas botellas se llenan en total?

335. ¿Por qué no da la misma cantidad de botellas llenas en los dos casos anteriores?

336. La torta para el cumpleaños de Paula costó $55.500 y la van a pagar entre sus tres tías. ¿Cuánto dinero tendría que pagar cada una de ellas dado que dividirán la cuenta en partes iguales?

337. En su última visita a Panamá, un grupo de amigos tomaron un transporte especial para llevar sus compras. Por este transporte tuvieron que pagar en total 57 dólares. Si cada uno tuvo que aportar 9,50 dólares, ¿cuántos amigos tomaron el transporte?

Responde las preguntas 338 a 340 con base en la siguiente información.

Sandra compró 88,9 kg de cereal y los va a empacar en bolsas de 0,35 kg cada una.

338. ¿Cuántas bolsas podrá llenar?

339. Si decide llenar mejor bolsas de 0,3 kg, ¿cuántas bolsas puede llenar?

340. ¿Cuánto cereal le sobra?

Una caja llena de frascos de mermelada pesa 40,6 kilogramos. Si se sabe que cada frasco lleno pesa 0,675 kilogramos:

341. ¿Cuántos frascos hay en una caja si todos pesan lo mismo?

342. ¿Cuánto pesa el cartón de la caja?

Con base en la siguiente información, plantea una pregunta y resuélvela.

343. Una fotocopiadora de alta resolución logra sacar 23 copias en 42,8 segundos.

4.5 Operaciones combinadas y aplicaciones

Recurso imprimible

Polinomios aritméticos con decimales

Un **polinomio aritmético** con decimales es una expresión en la cual aparecen diferentes operaciones y, en muchos casos también, signos de agrupación.

Para resolver este tipo de expresiones se deben realizar primero las operaciones que estén entre signos de agrupación y luego, las demás operaciones, siempre teniendo presente que primero se deben realizar las multiplicaciones y divisiones y posteriormente, las sumas y restas.

EJEMPLOS

1. Encontrar el resultado de la expresión al ser digitada en una calculadora científica.

$9{,}7 \times 3{,}2 - 5{,}84 \times 2{,}7$

Como no hay paréntesis en la expresión se debe empezar por resolver las multiplicaciones indicadas, así:

$9{,}7 \times 3{,}2$ corresponde a:

$$\begin{array}{r} 9{,}7 \\ \times\ 3{,}2 \\ \hline 19\ 4 \\ 291 \\ \hline 31{,}04 \end{array}$$

$5{,}84 \times 2{,}7$ corresponde a:

$$\begin{array}{r} 5{,}84 \\ \times\ 2{,}7 \\ \hline 4088 \\ 1168 \\ \hline 15{,}768 \end{array}$$

Posteriormente, se restan los resultados obtenidos. Como el minuendo tiene menos cifras decimales que el sustraendo es necesario completar con un cero.

$31{,}04 - 15{,}768$ corresponde a:

$$\begin{array}{r} 31{,}040 \\ -\ 15{,}768 \\ \hline 15{,}272 \end{array}$$

Luego, el resultado de la operación es 15,272.

En una calculadora científica es posible escribir la expresión completa y obtener el resultado inmediatamente; sin embargo, en algunas calculadoras básicas es necesario realizar cada operación como se muestra en el ejemplo.

2. Resolver la siguiente expresión.

$$18{,}75 + 8{,}16 \times 5{,}2 - (3 + 7{,}4 \div 3{,}2)$$

Primero, se debe realizar la operación del paréntesis e iniciar por resolver la división.

$7{,}4 \div 3{,}2 = 74 \div 32$

$$\begin{array}{r|l} 74 & 32 \\ \cline{2-2} 100 & 2{,}31 \\ 40 & \\ 8 & \end{array}$$

En este caso, solo se usarán dos cifras decimales, pero es posible sacar más cifras, ya que el residuo aún no es cero, ni ha empezado a repetirse.

Luego, se realiza la suma indicada en el paréntesis, obteniendo así:

$3 + 2{,}31$ es

$$\begin{array}{r} 3{,}00 \\ +\ 2{,}31 \\ \hline 5{,}31 \end{array}$$

Ahora se resuelve la multiplicación que está fuera del paréntesis

$8{,}16 \times 5{,}2$ es

$$\begin{array}{r} 8{,}16 \\ \times\ 5{,}2 \\ \hline 1632 \\ 4080 \\ \hline 42{,}432 \end{array}$$

Por último, se realiza la suma y la resta:

$$\begin{array}{r} 18{,}75 \\ +\ 42{,}432 \\ \hline 61{,}182 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 61{,}182 \\ -\ 5{,}31 \\ \hline 55{,}872 \end{array}$$

Luego, el resultado del polinomio dado es 55,872.

Problemas de aplicación

Para resolver problemas en los que se plantean operaciones con decimales se deben seguir los mismos pasos que para resolver problemas con fraccionarios.

Es fundamental leer el problema hasta comprender su contenido, determinar las preguntas que se plantean y la relación de los datos dados con dichas preguntas, para así poder definir las operaciones que se deben resolver.

Una vez terminado el problema, es importante verificar que las operaciones hayan sido correctamente desarrolladas, que tengan relación lógica con los datos del problema y redactar la respuesta correspondiente.

EJEMPLOS

1. Jacinto remueve 18,7 kg de material durante cada una de las dos primeras horas de trabajo, mientras que en cada una de las siguientes horas solo remueve 13,2 kg. ¿Cuántos kg remueve Jacinto en las primeras 7 horas de su día de trabajo?

Primero, se debe averiguar cuánto material logra remover Jacinto en las primeras dos horas, para lo cual, se multiplica el tiempo por el material:

$$\begin{array}{r} 18{,}7 \\ \times 2 \\ \hline 37{,}4 \end{array}$$

Jacinto removió inicialmente 37,4, kg de material.

Luego, se debe encontrar la cantidad de material removido en las siguientes 5 horas, para lo cual se multiplica la cantidad removida en cada hora por 5.

$$\begin{array}{r} 13{,}2 \\ \times 5 \\ \hline 66{,}0 \end{array}$$

En 5 horas removió 66,0 kg.

Por último, se deben sumar los dos resultados obtenidos:

$$\begin{array}{r} 37{,}4 \\ +\ 66{,}0 \\ \hline 103{,}4 \end{array}$$

Por tanto, Jacinto logra remover 103,4 kg de material en las 7 primeras horas de trabajo.

2. Una empresa exportadora de trigo mezcla 20 kg de trigo tipo A de 0,6 euros el kg con 60 kg de trigo tipo B de 0,8 euros el kg. ¿A qué precio sale el kilogramo de trigo mezclado?

Primero, se calcula el precio total de los 20 kg de trigo tipo A, multiplicando la cantidad por el precio.

$$20 \times 0{,}6 = 12 \text{ euros}$$

De la misma manera, se calcula el precio total de los 60 kg de trigo de tipo B.

$$60 \times 0{,}8 = 48 \text{ euros}$$

Luego, en total se tienen 80 kg de trigo mezclado, cuyo precio se haya sumando los dos resultados anteriormente obtenidos.

$12 + 48 = 60$ euros, precio total de la mezcla de los dos tipos de trigo.

Para calcular el costo de cada kilogramo de trigo mezclado se debe dividir el precio total de la mezcla entre la cantidad de trigo que se tiene.

$60 \div 80$, lo cual se efectua así:

$$\begin{array}{r|l} 60 & 80 \\ \cline{2-2} 600 & 0{,}75 \\ 400 & \\ 0 & \end{array}$$

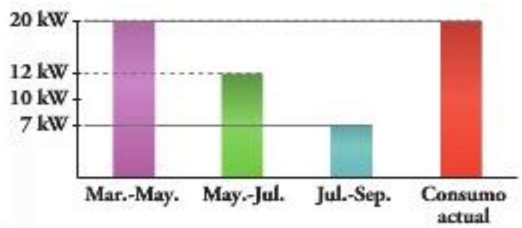
Por tanto, el precio de cada kg de trigo mezclado es de 0,75 euros.

Afianzo COMPETENCIAS

Interpreto · Propongo · Soluciono problemas

Juanita acaba de aprender que el consumo de energía se mide en kilovatios (kW) y de saber que en el sector donde ella vive el cargo básico para el servicio de energía es de $13.842.

En este mes, el recibo de energía de su casa contiene un diagrama de barras como el siguiente:



344. Si el kW tiene un costo de $2.350,86, ¿cuánto dinero le cuestan a Juanita los kilovatios que consumió en los últimos cuatro períodos en su casa?

345. Si se sabe que el total facturado en el recibo equivale a la suma del cargo fijo más el valor del consumo residencial, ¿cuál fue el total que tuvo que pagar por el recibo correspondiente al período de mayo-julio?

346. Teniendo en cuenta el valor de los recibos de los últimos cuatro períodos facturados, ¿cuánto ahorró Juanita entre el período que más pagó y el de menor consumo?

Resuelve los siguientes problemas.

Don Juan necesita saber el peso de un cordero recién nacido, pero debe tener mucho cuidado con el animal, por ello decide subir a la báscula a su hijo que pesa 24 kg con el cordero en brazos.

347. ¿Cuál es el peso del cordero si el peso de los dos (el cordero y el hijo de don Juan) es de 39,89 kg?

348. Si según los estudios sobre corderos, uno recién nacido debe pesar como mínimo 14,6 kg, ¿se puede decir que el cordero de don Juan nació con buen peso?

Responde las preguntas 349 a 351 teniendo en cuenta la siguiente información.

En cada caso describe, el proceso que utilizas para encontrar la solución y realízalo.

Largo	50,6 m
Ancho recomendado	24,5 m
Ancho del carril	2,5 m
Temperatura del agua	82,4 °F
Profundidad	2,6 m

349. ¿Cuántos carriles puede tener esta piscina?

350. ¿Cuántos metros recorre Ana en total, si para entrenar para la próxima competencia, diariamente realiza 24 recorridos completos ida y vuelta a lo largo de la piscina?

351. Para saber la cantidad de agua requerida para la llenar la piscina se debe calcular el volumen de esta y disminuirlo en 5,3 m³. Si el volumen de la piscina se calcula multiplicando su largo por el ancho y por el alto, ¿cuánta agua se requiere para llenar la piscina?

Tres depósitos aptos para guardar alimentos contienen 103,4 litros, 185,5 litros y 59,2 litros de jugo de naranja, respectivamente.

352. ¿Cuántos litros de jugo de naranja hay en los tres depósitos?

353. ¿Cuántas botellas de dos litros y medio se pueden llenar con todo el jugo que se tiene?

354. ¿Cuánto jugo hace falta para llenar una botella más?

Determina dónde se deben escribir paréntesis para que el resultado indicado sea correcto.

355. $3{,}23 - 2{,}48 \times 2{,}34 + 5{,}6 \div 2{,}5 = 3{,}995$

356. $3{,}23 - 2{,}48 \times 2{,}34 + 5{,}6 \div 2{,}5 = 2{,}382$

EJERCICIOS PARA REPASAR

Fracciones

Representa mediante una fracción y un decimal las siguientes cantidades.

357. La mitad de la mitad.

Fracción ______ Decimal ______

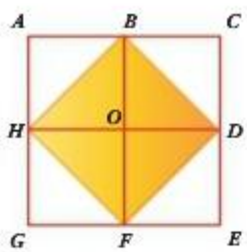
358. La tercera parte de la mitad.

Fracción ______ Decimal ______

359. La tercera parte de la cuarta parte.

Fracción ______ Decimal ______

Escribe la fracción que representa cada región con respecto al cuadrado *ACEG*.



360. El rectángulo *ABFG* representa ______

361. El cuadrado *BDFH* representa ______

362. El pentágono *BCDFH* representa ______

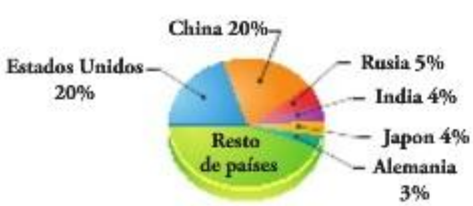
363. El triángulo *HDF* representa ______

Completa cada secuencia.

364. $\frac{17}{5}$; $\frac{15}{8}$; ______; ______; $\frac{9}{17}$; ______

365. $\frac{6}{5}$; $\frac{11}{6}$; $\frac{17}{7}$; ______; ______; $\frac{41}{10}$; ______

Responde las preguntas teniendo en cuenta el gráfico:



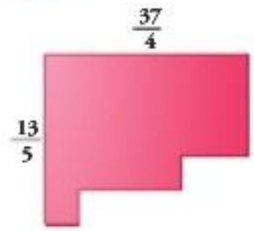
Producción mundial de CO_2

366. ¿Qué fracción representa la producción de CO_2 de Rusia? ______

367. ¿Qué país produce $\frac{1}{5}$ del CO_2 mundial? ______

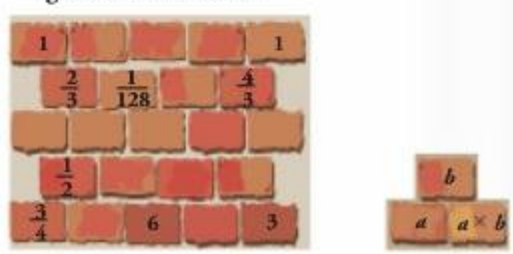
Operaciones entre fracciones

368. Calcula el perímetro de la siguiente figura.



369. Encuentra tres fracciones diferentes de tal forma que su producto sea $\frac{30}{154}$.

370. Completa los espacios que sean posibles teniendo en cuenta la regla que aparece en el gráfico de la derecha.



371. Distribuye todas las pesas en los dos platos de la balanza de tal manera que, junto con la que ya está puesta, queden en equilibrio.

Números decimales

Completa cada secuencia.

372. 1,42; 1,52; ____; ____; 1,82; ____; ____

373. 2,26; 2,28; 2,3; ____; 2,34; ____; ____

374. 2,2; 2,25; 2,3; ____; ____; 2,45; ____

375. Relaciona las fracciones con su expresión decimal y escribe al frente si es exacta, periódica pura o periódica mixta.

$\frac{27}{4}$	$15,\overline{6}$ la cual es ________
$\frac{19}{6}$	$2,3\overline{571428}$ la cual es ________
$\frac{47}{3}$	6,75 la cual es ________
$\frac{57}{10}$	3,1666… la cual es ________
$\frac{33}{14}$	5,7 la cual es ________

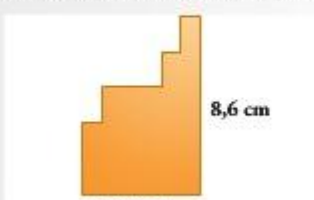
Escribe tres ejemplos que muestren la afirmación indicada en los siguientes casos, con base en ella, genera una hipótesis sobre la veracidad o falsedad de la misma. (Sugerencia: cuando sea conveniente puedes usar fracciones.)

376. La suma de un número natural y un decimal periódico mixto genera un decimal periódico mixto.

377. La suma de un decimal periódico puro y uno periódico mixto puede dar un decimal exacto.

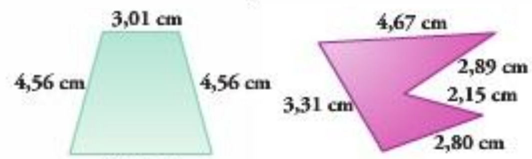
378. La suma de dos decimales exactos es un decimal exacto.

379. Encuentra el perímetro de la siguiente figura.



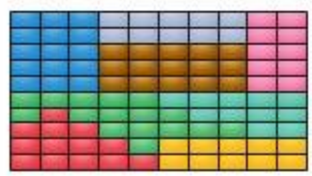
Operaciones con números decimales

380. El polígono que tiene mayor perímetro es el de ____ lados y mide ____.



381. Completa los espacios que sean posibles teniendo en cuenta la regla que aparece en el gráfico de la derecha.

Completa los enunciados de los ejercicios 382 a 384 con base en la siguiente figura.



382. Con respecto al cuadro total, el número decimal que representa la superficie de color rojo es ____ y el porcentaje pintado de color café es ____.

383. La diferencia entre el decimal que representa la superficie de mayor color y la de menor color es ____.

384. Los colores que representan el 58% del gráfico son ____________.

385. Completa la siguiente tabla realizando las operaciones indicadas hasta tres cifras decimales.

a	b	c	$a + b \times c$	$b + c \div a$	$2b + c$
2,4	1,08	3,8			
5,01	8	0,32			
1,4	8,5	9,7			
9	7,2	5,034			

PROBLEMAS PARA REPASAR

Juan Pablo realizó un trabajo fuera del país. Por este trabajo le consignaron en su cuenta de ahorros 2.500 dólares.

Su banco le descuenta el 3% del valor de la consignación por concepto de trámite interbancario y el resto del dinero lo consigna en pesos, haciendo la conversión al valor de la tasa de cambio, que el día de la consignación era de $1.820,57 por dólar.

¿Cuántos dólares le son descontados a Juan Pablo por el concepto de trámite interbancario?

¿Cuánto dinero debe aparecer consignado en la cuenta de Juan Pablo por su trabajo?

Paso 1 Comprende el problema.

¿Cuáles son las preguntas del problema?

¿Cuántos dólares le son descontados a Juan Pablo por el concepto de trámite interbancario?

¿Cuánto dinero debe aparecer consignado en la cuenta de Juan Pablo por su trabajo?

¿Cuáles son los datos del problema?

A Juan Pablo le pagarán 2.500 dólares por un trabajo.

Le descuentan el 3% por el trámite interbancario.

Los dólares los convierten a pesos a una tasa de $1.820,57.

Paso 2 Elabora un plan y llévalo a cabo.

Primero, se determina la cantidad de dólares que le descuentan por el trámite interbancario, que corresponde al 3% de los 2.500 dólares.

$3\% \text{ de } 2.500 = \frac{3}{100} \text{ de } 2.500$

$= \frac{3 \times 2.500}{100} = 75$ dólares.

Luego, se determina la cantidad de dólares que le van a consignar y ese valor se multiplica por $1.820,57 que es el valor en pesos correspondiente a un dólar (tasa representativa).

$2.500 - 75 = 2.425$ dólares. Esto corresponde a los dólares que se deben consignar en la cuenta.

Finalmente, se tiene que $2.425 \times 1.820,57 = 4.414.882,25$.

Paso 3 Verifica y redacta la respuesta.

Se verifica que las operaciones están bien realizadas. De acuerdo con el proceso, se tiene que el valor del trámite interbancario fue de 75 dólares y fueron consignados en la cuenta de Juan Pablo $4.414.882,25.

Completa las frases con el resultado de las operaciones correspondientes.

386. Si Óscar duerme de las 10 p. m. a las 6 a. m., entonces la fracción del día que dedica a dormir es ____________.

387. Si un pescado de $\frac{3}{4}$ de kilo ha costado \$18.550, se puede deducir que el kilo de pescado cuesta ____________.

388. Una niña que camina por un muro que rodea un jardín cuadrado de 4,76 m de lado, recorre ________ al dar tres vueltas y media al muro.

Resuelve los problemas.

Un hombre deja al morir \$45.000.000 para repartir entre sus tres hijos. Según su testamento, el mayor debe recibir cinco novenos de la herencia, el segundo la quinta parte de lo que reciba su hermano mayor y el menor lo restante.

389. ¿Cuál de los hermanos recibe más dinero?

____

390. ¿Qué fracción de la herencia le corresponde al hermano menor?

____

391. ¿Cuánto dinero más le queda al hermano que más recibe con respecto al que menos dinero recibe?

____

En su última visita al doctor, la señora Astrid y sus dos hijas Paola y Camila han revisado sus estaturas y obtuvieron los resultados que se muestran en el gráfico.

392. ¿Cuál es la estatura de cada una de ellas?

____

393. ¿Cuántos metros más alta es Astrid que la hija menor? ____________________

394. ¿Cuántos metros de diferencia hay entre las estaturas de las hemanas?

____

395. ¿Es mayor la diferencia de estatura entre Astrid y la hija mayor o entre las dos hermanas?

____

396. Un estudiante, al usar su calculadora cometió el error de multiplicar por 100 cuando debía dividir entre 100. Si la respuesta que obtuvo fue 5,3, la respuesta correcta era: ______

En el laboratorio ZAYVAL están haciendo un experimento en el cual se necesita bajar la temperatura cada minuto a $\frac{1}{3}$ de la temperatura anterior. Si la temperatura inicial es 162°, responde:

397. ¿Cuál es la temperatura al segundo minuto de haber iniciado el experimento?

____

398. ¿En cuánto tiempo la temperatura será de 2°?

____

En un medicamento, la dosis para niño se prepara según el peso y debe ser 0,5 mL por kilogramo de peso, disuelto en 4,5 onzas de agua.

399. Si Jerónimo pesa 10,6 kg, ¿cuantos mL de medicamento se le deben dar?

400. ¿Cuánto pesa Valentina si se le dieron 9 mL de medicamento?

____

401. Si a un niño que pesa 12,6 kg se le debe dar el medicamento tres veces al día, ¿para cuántos días alcanza la presentación de 160 mL de medicamento?

____

Pablo Reyes está preocupado por su promedio en matemáticas ya que para aprobar necesita 7,25 y sus notas este período son 9,7; 5,2; 8 y 7,2.

402. ¿Pablo logrará aprobar matemáticas este período?

____

403. ¿Por cuánto debería cambiar su nota más baja para que el promedio final sea 8,5?

____

...Para comprender qué es un quilate en gemología y en orfebrería.

Las piedras y metales preciosos han sido muy apetecidos por el hombre a lo largo de la historia, puesto que son símbolo de poder y belleza. Actualmente, se utilizan en el diseño y fabricación de accesorios tales como relojes, anillos, pulseras y cadenas. Por esta razón, en gemología (ciencia que estudia las piedras preciosas) y en orfebrería (ciencia que estudia la aleación de metales preciosos) se utiliza el *quilate* para definir el valor de dichos accesorios.

La palabra *quilate* tiene significados diferentes en gemología y en orfebrería.

El **quilate en gemología** se utiliza para medir la masa de una piedra preciosa. Así, un quilate equivale a la quinta parte de un gramo, es decir, a 0,2 gramos. Por ejemplo, una esmeralda de 4 quilates tiene una masa de 0,8 gramos.

El **quilate en orfebrería** se utiliza para indicar el grado de pureza que tiene una pieza de oro. Así, un quilate indica las partes de oro que tiene una joya, el cual puede estar aleado con otro tipo de metales como el bronce, cobre, hierro, entre otros. Un quilate equivale a $\frac{1}{24}$ parte de la pieza. Por ejemplo, en una cadena de 18 quilates se tiene que $\frac{18}{24}$ partes de la cadena están fabricadas en oro, mientras que la fracción restante $\frac{6}{24}$, corresponde a partes fabricadas con otro tipo de metales.

Los costos de cada piedra preciosa varían en el mercado de acuerdo con sus características físicas como rareza, pureza, color, brillo, durabilidad, resistencia, entre otras.

A continuación se muestran algunas piedras preciosas y sus precios durante el 2011 en Colombia.

Galería de imágenes

La esmeralda es la piedra preciosa más abundante en Colombia. El precio de cada quilate puede variar entre US$300 y US$10.000.

El rubí es la gema más valorada de las piedras preciosas. El precio de cada quilate puede ser hasta de US$146.000.

El costo del diamante depende de cuatro características: peso, color, pureza y tallado. El precio de cada quilate puede variar entre US$3.000 y US$40.000.

La aguamarina es una gema de color azul verdoso que se presenta, generalmente, en piedras de 10 quilates. El precio de cada quilate puede variar entre US$100 y US$510.

1. **Indica la fracción que corresponde a las partes de oro que tiene cada accesorio.**
   - **a.** Una pulsera de 12 quilates
   - **b.** Un anillo de 24 quilates
2. **¿Cuál es la masa de una piedra de aguamarina en gramos?**
3. **Si un diamante y un rubí son de 25 quilates, ¿cuál es la diferencia entre el precio del diamante y el precio del rubí?**
4. **Colombia aporta el 55% de las esmeraldas que circulan en el mercado de las piedras preciosas en el mundo y se han encontrado piedras de hasta 200 quilates.**
   - **a.** Si cada quilate de una de estas piedras se vendiera a su precio máximo, ¿cuál sería su precio?
   - **b.** ¿Cuál es la masa de una de estas esmeraldas?
5. **La explotación minera tiene consecuencias negativas en el medio ambiente pero positivas a nivel económico. Consulta sobre los beneficios y consecuencias de la explotación minera en nuestro país. Luego, resúmelos en un cuadro comparativo.**

...También sirve para entender cómo se calcula la rentabilidad de una empresa.

Cuando los ingresos de dinero son mayores que los costos que se generan en un negocio, se dice que una empresa es rentable.

En las empresas se realizan proyecciones de rentabilidad o utilidad a partir de un estado financiero pasado de donde se deducen porcentajes de crecimiento en los ingresos y en los costos.

Por ejemplo, una empresa importante del país realiza estados financieros trimestralmente y, a partir de ellos, proyecta su rentabilidad para el siguiente trimestre. En el primer trimestre de 2011, la empresa obtuvo ingresos operacionales de 1.863 mil millones de pesos y un costo de ventas de 1.406 mil millones de pesos para obtener una utilidad bruta de 457 mil millones de pesos. Suponiendo que desea incrementar sus ingresos en un 20% para el siguiente trimestre, seguramente requiere un mayor costo en ventas que puede ser incrementado en un 10%.

Para hallar la proyección de la rentabilidad se debe calcular el porcentaje requerido en los ingresos y costos actuales y sumar su valor a los obtenidos el trimestre anterior así:

$1.863 \times 20\% = 372{,}6$ y $1.863 + 372{,}6 = 2.235{,}6$ (Ingresos operacionales)

$1.406 \times 10\% = 140{,}6$ y $1.406 + 140{,}6 = 1.546{,}6$ (Costos de ventas)

Es decir, que la proyección de los ingresos operacionales para el próximo semestre es de 2.235,6 mil millones de pesos y los costos de ventas serán de 1.546,6 mil millones de pesos.

Luego, se calcula la diferencia entre los ingresos operacionales y los costos de ventas para obtener la nueva rentabilidad.

$2.235{,}6 - 1.546{,}6 = 689$ (Rentabilidad proyectada en miles de millones de pesos).

Finalmente, para hallar el porcentaje de rentabilidad esperado para el siguiente trimestre, se utiliza la siguiente expresión.

$$\text{Porcentaje de rentabilidad} = \frac{\text{Rentabilidad} \times 100}{\text{ingresos operacionales}}$$

Realizando la operación se obtiene:

$$\text{Porcentaje de rentabilidad} = \frac{689 \times 100}{2.235{,}6} = 30{,}8\%$$

1. **Determina cuál sería el porcentaje de rentabilidad en una proyección para la empresa en cuestión si esta desea incrementar sus ingresos operacionales en el 30%.**
2. **La Bolsa de Valores de Colombia realiza estados financieros mensualmente y los compara con los resultados obtenidos durante el mismo mes del año inmediatamente anterior.**

   En la tabla se muestran los ingresos y costos operacionales durante noviembre del 2011 en comparación con noviembre del 2010 en miles de millones de pesos.

Ingresos operacionales		Gastos operacionales	
2010	2011	2010	2011
54.850	63.727	31.964	38.598

   a. Indica la rentabilidad en la bolsa de valores durante el mes de noviembre.

   b. ¿Cuál es el porcentaje de incremento de los ingresos operacionales en noviembre del 2011 respecto al 2010?

   c. Si desearan crecer en un 10% los ingresos operacionales para noviembre del 2011, ¿cuál será su porcentaje de rentabilidad?